



Комитет образования ЕАО
Областное государственное профессиональное
образовательное бюджетное учреждение
«ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ТЕХНИКУМ»

Рассмотрено на заседании ПЦК
(протокол № _____ от _____)
Председатель ПЦК _____

Утверждено
Директор ОГПОБУ
«Политехнический техникум»
М.Б.Калманов _____

Методическое пособие для преподавателей СПО
**«Выполнение индивидуального домашнего задания
по дисциплине «Математика».
Преобразование выражений. Решение уравнений и
неравенств»**

Учебная методическая разработка



Разработчик(и):

Мокшанцева Н.Н.,
преподаватель математики

Биробиджан
2017

Данное методическое пособие предназначено для организации индивидуальной самостоятельной работы по дисциплине «Математика» для обучающихся первого курса всех специальностей; охватывает учебный материал, изучаемый в первом семестре.

Пособие содержит теоретический материал курса, рекомендации по выполнению индивидуальной работы, позволяет обучающимся самостоятельно получить необходимые знания по теме «Преобразование выражений. Решение уравнений и неравенств». В пособие включено 40 вариантов заданий с примерами их решения.

Данное методическое пособие может быть использовано преподавателями, работающими с учащимися первого курса при организации индивидуальной самостоятельной работы.

Содержание

1. Пояснительная записка.....	4
2. Теоретическая часть.....	6
2.1. Функция, ее свойства, графики.....	6
2.2. Показательная функция, ее свойства, график.....	8
2.3. Степень, ее свойства. Логарифм, его свойства.....	10
2.4. Логарифмическая функция, ее свойства, график.....	12
2.5. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства.....	14
2.6. Тригонометрические выражения.....	16
2.7. Тригонометрические уравнения.....	18
3. Индивидуальные задания.....	21
4. Приложения.....	61
5. Используемые источники.....	62

1. Пояснительная записка

Данное методическое пособие разработано для студентов 1 курса (база 9 классов) всех специальности.

Цель настоящего методического пособия – оказание помощи студенту в приобретении навыков решения практических задач и развития самостоятельности студентов. Пособие служит указанием к выполнению индивидуального домашнего задания за 1 семестр «Преобразование выражений. Решение уравнений и неравенств», которое включает в себя темы:

1. Функция, ее свойства графики;
2. Показательная функция, ее свойства, график;
3. Логарифмическая функция, ее свойства, график;
4. Степень, ее свойства. Логарифм, его свойства;
5. «Показательные и логарифмические уравнения и неравенства»;
6. «Тригонометрические выражения»;
7. «Тригонометрические уравнения»;

В данном пособии излагаются теоретические сведения, необходимые для выполнения индивидуальных заданий, которые сопровождаются подробным решением задач, что в значительной мере облегчает усвоение материала и выполнение работы.

В результате изучения студент должен

знать:

- общие сведения о функциях;
- понятие показательной функции, ее свойства, график;
- понятие логарифмической функции, ее свойства, график;
- понятие степень с натуральным, целым, действительным показателем; свойства степени.
- понятие логарифма числа, его свойства;
- виды и методы решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств;
- понятия тригонометрических функций, обратных тригонометрических функций;
- тригонометрические формулы;
- виды и методы решения тригонометрических уравнений.

уметь:

- строить графики различных функций;
- исследовать функцию;
- сравнивать показательные и логарифмические выражения;
- решать показательные и логарифмические уравнения графическим способом;
- преобразовывать, упрощать, вычислять, выражения, содержащие степень и логарифм.
- решать показательные и логарифмические уравнения и неравенства различными методами;

- преобразовывать, упрощать, вычислять, доказывать тождества, содержащие тригонометрические функции;
- решать тригонометрические уравнения различными методами.

Индивидуальное домашнее задание оформляется в отдельной тетради в клетку с полями. Задачи, включаемые в работу, выполняются строго по указанному варианту (вариант определяется по порядковому номеру журнала), в заданной последовательности, сохраняя номера задач.

Перед решением каждой задачи необходимо переписать в тетрадь полностью её условие. Решение задачи следует излагать подробно, аккуратно, поясняя каждый шаг, при необходимости прилагая чертежи.

Если после рецензирования работа не допущена к защите, студенту следует выполнить работу заново, с исправлением указанных преподавателем ошибок и недочетов. Работа над ошибками делается в той же тетради, что и индивидуальная работа. По необходимости, работу можно сделать в новой тетради, но при отсылке на рецензирование необходимо приложить первоначально рецензированную работу.

С целью своевременного выполнения работы студентами и своевременной коррекции знаний и умений проводится следующий контроль:

- Поурочный (на каждом уроке);
- Тематический (после изучения темы);

На этом этапе в основном осуществляется проверка наличия решенных заданий, при необходимости проводится консультация.

- Первичная проверка (студент сдает на проверку всю работу)

При выявлении ошибок и недочетов, работа возвращается на доработку (как уже отмечалось выше).

- Итоговая проверка (после чего выставляется оценка).

Оценка зависит:

1. От качества выполнения студентом работы;
2. Своевременности выполнения;
3. От качества защиты работы.

Защита индивидуального задания проводится на уроке.

На защите можно предложить студентам решить письменно несколько заданий из работы. Можно провести устную защиту. При таком методе защиты студенты должны по своей работе объяснить алгоритм решения, обосновать метод решения и т.д.

2. Теоретическая часть.

Тема 1: « Функция, ее свойства, график».

Знать:

- основные понятия и свойства функции; виды функций;

Уметь:

- определять область значения и определения функции;

- исследовать функцию на возрастание и убывание, четность и нечетность;

- находить значения функции при известных значениях аргумента и на оборот.

Теоретические сведения:

I. Основные понятия функции. Виды функций, их графики.

Определение 1: Отношение между элементами двух множеств X и Y , при котором каждому элементу X первого множества соответствует один элемент Y второго множества, называется функцией.

X - аргумент или независимая переменная;

Y - функция или зависимая переменная.

Определение 2:

Если каждому X из некоторого множества действительных чисел поставлено в соответствие по определенному правилу число Y , то говорят, что на этом множестве определена функция.

Из определений функции следует, что функция выражает зависимость одной величины от другой (например: пройденный путь зависит от времени, т. е. путь есть функция времени).

Что значит задать функцию?

Задать функцию, значит установить правило между X и Y , такое, что функция будет определена (известна). Функцию можно задать следующими способами: словесным, аналитическим (формулы), табличным, графическим.

Виды функций, их графики. В школьном курсе математики изучались следующие виды функции:

1. Линейная $y = kx + b$, график- прямая;
2. Обратной пропорциональности $y = 1/x$, график- гипербола;
3. Степенная $y = x^n$, график- парабола.
4. Квадратичная $y = ax^2 + bx + c$, график- парабола.

II. Свойства функции:

1. Область определения функции $D(x)$ - это множество значений переменной X , при которых функция определена;

2. Область значения функции $E(x)$ – это множество значений переменной Y .

Чтобы определить область определения и значения функции, необходимо знать определение и свойства данной функции. Например: Определить область определения и значения функций

$$y = 2x + 3; y = 1/(x+2); y = \sqrt{x} - 2.$$

Решение: а) $y = 2x + 3$ линейная функция, по свойствам линейной функции $D(x) = \mathbb{R}$ и $E(x) = \mathbb{R}$;

б) $y = 1/(x+2)$ функция обратной пропорциональности, по ее свойству знаменатель не должен быть равен нулю. Пусть $x + 2 = 0$, значит $x = -2$. Тогда $D(x), E(x)$ - все

действительные числа, кроме $x = -2$;

в) $y = \sqrt{x} - 2$, по свойству арифметического корня, подкоренное выражение не может быть отрицательным. Т. е. решим неравенство

$x - 2 \geq 0, x \geq 2$. $D(x): x \geq 2$. При $x < 2$ функция $y = \sqrt{x} - 2$ не определена.

3. Функция $y = f(x)$ называется возрастающей, если для любых двух значений x_1 и x_2 из $D(x)$ из того, что $x_1 < x_2$ следует, что $f(x_1) < f(x_2)$.

Функция $y = f(x)$ называется убывающей, если для любых двух значений x_1 и x_2 из $D(x)$ из того, что $x_1 < x_2$ следует, что $f(x_1) > f(x_2)$.

Пример: Определить, какая из ниже приведенных функций является возрастающей, убывающей: $y = x^5, y = 1/x, y = 2x+1,$

$y = -2x + 1, y = x^2$.

Решение: а) $y = x^5$ степенная функция (при n - нечетное), график гиперболола (проходит через начало координат, расположен в 1 и 3 четвертях), по свойствам степенной функции $D(x), E(x)$ - все действительные числа. Из выше сказанного функция $y = x^5$ является возрастающей на всей числовой оси.

б) $y = 1/x$ функция обратной пропорциональности, график гиперболола (состоит из двух ветвей расположенных в 1 и 3 четвертях), по свойствам данной функции $D(x), E(x)$ - все действительные числа, кроме нуля. Из выше сказанного функция $y = 1/x$ является убывающей на всей числовой оси.

в) $y = 2x+1$ линейная функция, график- прямая, $k = 2 > 0$, функция возрастающая на всей числовой оси.

г) $y = -2x+1$ линейная функция, график- прямая, $k = -2 < 0$, функция убывающая на всей числовой оси.

д) $y = x^2$ степенная функция (при n - четное, частный случай квадратичной), график парабола, проходящая через начало координат. Данная функция убывает на интервале $-\infty < x < 0$ и возрастает на интервале $0 < x < +\infty$.

4. Функция $y = f(x)$ называется четной, если для всех x из $D(x)$ и $-x$ из $D(x)$ имеет место равенство $f(-x) = f(x)$.

Функция $y = f(x)$ называется нечетной, если для всех x из $D(x)$ и $-x$ из $D(x)$ имеет место равенство $f(-x) = -f(x)$.

Пример: Установите, являются ли ниже приведенные функции четными, нечетными или же ни теми, ни другими: $y = x^2 - 2,$

$y = x^3 - 2x^5, y = x^3 - x^2$.

Решение: а) $y(x) = x^2 - 2, y(-x) = (-x)^2 - 2 = x^2 - 2 = y(x)$ – четная;

б) $y(x) = x^3 - 2x^5, y(-x) = (-x)^3 - 2(-x)^5 = -x^3 + 2x^5 = -(x^3 - 2x^5) = -y(x)$ – нечетная.

в) $y = x^3 - x^2, y(-x) = (-x)^3 - (-x)^2 = -x^3 - x^2$ – ни четная, ни нечетная.

5. Нахождение значений функции при известных значениях аргумента и на оборот.

Пример: Найти значение функции $y = 3x^3 - 5$ при $x=2$.

Решение: $y(2) = 3 \cdot 2^3 - 5 = 3 \cdot 8 - 5 = 19$.

Ответ: при $x = 2, y = 19$.

Пример: Найти значение аргумента при $y = 3$, если функция задана формулой $y = 2x - 1$.

Решение: $y = 2x - 1$ и $y = 3$, отсюда $3 = 2x - 1$, $2x = 4$, $x = 2$.

Ответ: при $y = 3, x = 2$.

Тема 2: «Показательная функция» (ПФ).

Знать:

- понятие показательной функции, ее свойства и график;

Уметь:

- строить график ПФ;

- схематически изображать график ПФ;

- решать уравнения графическим способом.

Теоретические сведения.

I. ПФ, ее свойства и график:

Определение: ПФ называется функция вида $y = a^x$, где $a > 0$ и $a \neq 1$.

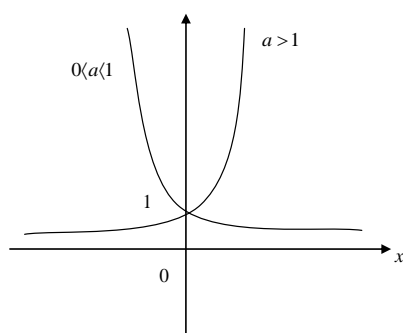
Свойства ПФ: 1. $D(x) = \mathbb{R}$,

2. $E(x) = \mathbb{R}_+$,

3. ПФ возрастает, если $a > 1$,

ПФ убывает, если $0 < a < 1$.

График:



(рис. 1)

II. Построение графика ПФ:

ПФ задается теми же способами, что и любые другие функции, а именно:

словесный, аналитический (формула), табличный, графический.

Для схематического изображения графиков ПФ учитывается следующее свойства:

1. Из двух графиков ПФ (при $a > 1$) ближе к оси ОУ расположен график функции с большим основанием.

2. Из двух графиков ПФ (при $0 < a < 1$) ближе к оси ОУ расположен график функции с меньшим основанием.

3. Графики ПФ $y = a^x$ и $y = (1/a)^x$ симметричны относительно оси ОУ.

Пример: Схематически изобразить графики функций: $y = 2^x$, $y = (1/2)^x$,

$y = 3^x$, $y = (1/5)^x$.

Решение:

1. Изобразим схематически график ПФ $y = 2^x$ ($2 > 1$, ПФ возрастает)

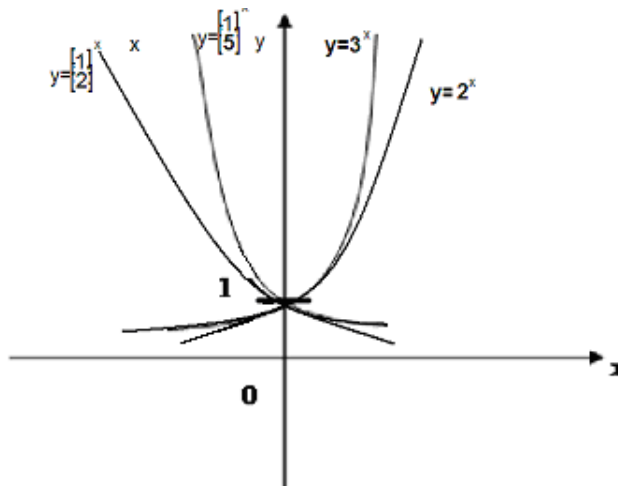
(см. рис. 2);

2. Изобразим схематически график ПФ $y = (1/2)^x$. Функция убывает, т. к. $0 < 1/2 < 1$. График $y = (1/2)^x$ симметричен относительно ОУ графику $y = 2^x$

(по третьему свойству);

3. График функции $y = 3^x$ возрастает ($3 > 1$) и расположен ближе к оси ОУ, чем график $y = 2^x$, т. к. $3 > 2$ (по первому свойству);

4. Функция $y = (1/5)^x$ убывает, т. к. $0 < 1/5 < 1$. График функции $y = (1/5)^x$ расположен ближе к оси ОУ, чем график $y = (1/2)^x$, т. к. $(1/2) > (1/5)$ (по второму свойству).



(рис. 2)

III. Графический метод решения уравнений.

Пусть дано уравнение вида $a^x = Kx + V$ (1).

Уравнение (1) известными аналитическими методами решить не возможно. Поэтому применяют графический метод. Суть метода в следующем:

1. Правую и левую часть уравнения $a^x = Kx + V$ представляют в виде функций $y = a^x$ и $y = Kx + V$.
2. Строим графики ПФ $y = a^x$ и линейной $y = Kx + V$ на одной координатной плоскости.
3. Графики данных функций $y = a^x$ и $y = Kx + V$ будут пересекаться в некоторых точках. Абсциссы точек пересечения – есть корни уравнения $a^x = Kx + V$.

Примечание: Если графики функций не пересекаются, то уравнение корней не имеет.

Пример: Решить графическим методом уравнение $2^x = 2x + 1$.

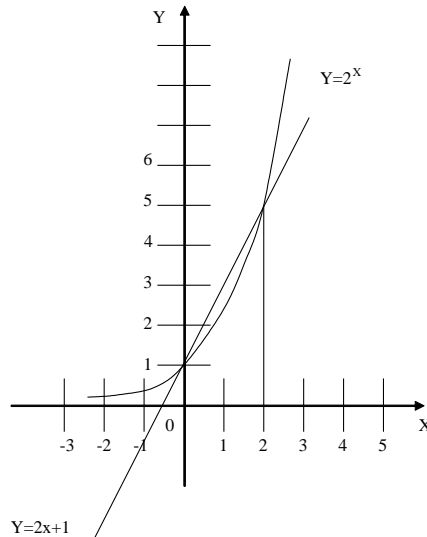
$$y = 2^x$$

$$y = 2x + 1$$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	1/8	1/4	1/2	1	2	4	8

x	0	1
y	1	3

Ответ: $x_1 = 0, x_2 = 2$. (см. рис. 3).



(рис. 3)

Тема 3: « Степень и логарифм числа».

Знать:

- понятия степени и логарифма числа;
- основные свойства степени и логарифма;

Уметь:

- используя понятия и свойства степени и логарифма, уметь упрощать, вычислять, преобразовывать и сравнивать выражения, содержащие степень и логарифмы.

Теоретические сведения:

I. Степень и ее свойства:

Определения: Степенью числа a с натуральным показателем n называется произведение одинаковых сомножителей (каждый из которых равен a),

$$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a \quad (n - \text{раз})$$

Степень с целым показателем определяется формулой: $a^{-n} = 1/a^n$ (1).

Степень с рациональным показателем определяется с помощью арифметического корня натуральной степени: $a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$ (2),

где $a > 0$, m – целое, n – натуральное число, $n \geq 2$.

Свойства степени:

- | | |
|--------------------------------------|--|
| 1. $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$; | 6. $a^0 = 1$, |
| 2. $a^n : a^m = a^{n-m}$; | 7. $a^1 = a$, |
| 3. $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$; | 8. если $a > 1$ и $n < m$, то $a^n < a^m$, |
| 4. $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$; | 9. если $0 < a < 1$ и $n < m$, то $a^n > a^m$. |
| 5. $(a : b)^n = a^n : b^n$; | |

Пример:

1. Вычислить: $(1/15)^{-1} : 9^{1/2}$.

Из определения степени с целым показателем (1), $(1/15)^{-1} = 15^1$.

Из определения степени с рациональным показателем (2), $9^{1/2} = \sqrt{9}$.

Отсюда $(1/15)^{-1} : 9^{1/2} = 15^1 : \sqrt{9} = 15 : 3 = 5$;

2. Упростить: $a^{\sqrt{2}} \cdot a^{1-\sqrt{2}}$.

При умножении степеней с одинаковыми показателями, основание остается прежним, а показатели степеней складываются (1 свойство):

$$a^{\sqrt{2}} \cdot a^{1-\sqrt{2}} = a^{\sqrt{2}+1-\sqrt{2}} = a^1 = a;$$

3. Сравнить числа: а) 2^{15} и 2^{16} ; б) $(1/2)^{15}$ и $(1/2)^{16}$.

При сравнении выражений со степенями используются 8 и 9 свойства степени: если основание степени больше единицы ($a > 1$), то знак неравенства не меняется; если основание степени меньше единицы ($0 < a < 1$), то знак неравенства меняется.

а) 2^{15} и 2^{16} ,

$$15 < 16 \quad (2 > 1, \text{ знак не меняется}),$$

$$2^{15} < 2^{16};$$

б) $(1/2)^{15}$ и $(1/2)^{16}$,

$$15 < 16 \quad (0 < 1/2 < 1, \text{ знак меняется})$$

$$(1/2)^{15} > (1/2)^{16}.$$

II. Логарифм и его свойства:

Определение: Логарифмом числа x по основанию a называется показатель степени b , в которую надо возвести основание a , чтобы получить x (где $a > 0$, $a \neq 1$, $x > 0$).

Обозначение логарифма $\log_a x$.

Если $a = e$ ($e = 2,7$), то логарифм называется натуральным и обозначается

$\ln x$. Если $a = 10$, то логарифм называется десятичным и обозначается $\lg x$.

Исходя из определения логарифма, выражения $\log_a x = b$ и $a^b = x$ тождественны.

Пример:

Вычислить: $\log_2 8$, $\log_3(1/3)$.

Решение: $\log_2 8 = 3$, т. к. $2^3 = 8$; $\log_3(1/9) = -2$, т. к. $3^{-2} = (1/3)^2 = 1/9$.

Свойства логарифма:

$$1. a^{\log_a x} = x,$$

$$7. \log_a 1 = 0,$$

$$2. \log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2),$$

$$8. \log_a x = \log_b x / \log_b a,$$

$$3. \log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a (x_1/x_2),$$

$$9. \lg x = M \ln x, \quad (M = 0,4343\text{- модуль}$$

$$4. \log_a x^p = p \log_a x,$$

$$10. \ln x = \lg x / M, \quad \text{перехода})$$

$$5. \log_a x^p = 1/p \log_a x,$$

$$11. \text{если } a > 1 \text{ и } x_1 < x_2, \text{ то } \log_a x_1 < \log_a x_2,$$

$$6. \log_a a = 1,$$

$$12. \text{если } 0 < a < 1 \text{ и } x_1 < x_2, \text{ то } \log_a x_1 > \log_a x_2.$$

Пример:

1. Вычислить: а) $\log_{11} 121$;

Представим $121 = 11^2$. Отсюда $\log_{11} 121 = \log_{11} 11^2$;

По 4 свойству логарифма, степень можно вынести за знак логарифма; по

6 свойству: $\log_{11} 11 = 1$.

Отсюда $\log_{11} 121 = \log_{11} 11^2 = 2 \log_{11} 11 = 2 \cdot 1 = 2$.

б) $\log_2 5 + \log_2 2$;

По 2 свойству – сумма логарифмов равна логарифму произведения.

Отсюда $\log_2 5 + \log_2 2 = \log_2 (5 \cdot 2) = \log_2 10$.

в) Выразить логарифм $\log_5 3$ через логарифм с основанием 7:

Используя формулу перехода от одного основания логарифма к другому (9 свойство), получим: $\log_5 3 = \log_7 3 / \log_7 5$.

2. Сравнить числа: а) $\log_3 5$ и $\log_3 7$; б) $\log_{1/3} 5$ и $\log_{1/3} 7$;

При сравнении выражений с логарифмами используются 11 и 12 свойства

логарифмов: если основание логарифма больше единицы ($a > 1$), то знак неравенства не меняется; если основание логарифма меньше единицы ($0 < a < 1$), то знак неравенства меняется.

а) $\log_3 5$ и $\log_3 7$,

$5 < 7$ ($3 > 1$, знак не меняется)

$\log_3 5 < \log_3 7$,

б) $\log_{1/3} 5$ и $\log_{1/3} 7$;

$5 < 7$ ($0 < 1/3 < 1$, знак меняется)

$\log_{1/3} 5 > \log_{1/3} 7$.

Тема 4: «Логарифмическая функция» (ЛФ).

Знать:

- понятие ЛФ, ее свойства и график;

Уметь:

- строить график ЛФ;

- схематически изображать график ЛФ;

- решать уравнения графическим способом.

Теоретические сведения.

I. ЛФ, ее свойства и график:

Определение: ЛФ называется функция вида $y = \log_a x$, где $a > 0$ и $a \neq 1$.

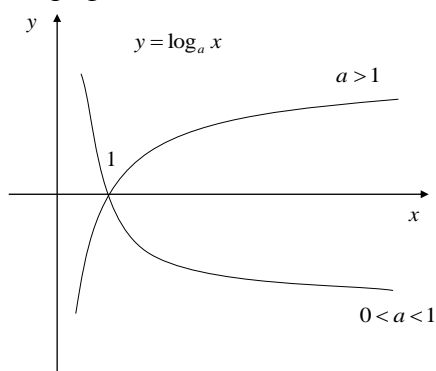
Свойства ЛФ: 1. $D(x) = \mathbb{R}_+$,

2. $E(x) = \mathbb{R}$,

3. ЛФ возрастает, если $a > 1$,

ЛФ убывает, если $0 < a < 1$.

График:



(рис. 4)

II. Построение графика ЛФ:

ЛФ задается теми же способами, что и любые другие функции, а именно: словесный, аналитический (формула), табличный, графический.

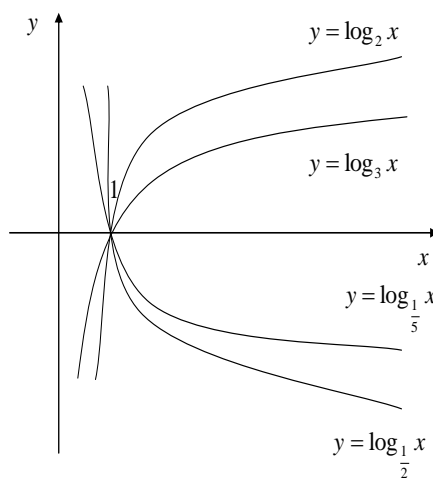
Для схематического изображения графиков ЛФ учитывается следующее свойство:

4. Из двух графиков ЛФ (при $a > 1$) ближе к оси ОУ расположен график функции с большим основанием.
5. Из двух графиков ЛФ (при $0 < a < 1$) ближе к оси ОУ расположен график функции с меньшим основанием.
6. Графики ЛФ $y = \log_a x$ и $y = \log_{1/a} x$ (где a – целое число) симметричны относительно оси ОУ.

Пример: Схематически изобразить графики функций: $y = \log_2 x$, $y = \log_{1/2} x$,
 $y = \log_3 x$, $y = \log_{1/5} x$.

Решение:

1. Изобразим схематически график ЛФ $y = \log_2 x$ ($2 > 1$, ЛФ возрастает) (см. рис. 5);
2. Изобразим схематически график ЛФ $y = \log_{1/2} x$. Функция убывает, т. к. $0 < 1/2 < 1$. График $y = \log_{1/2} x$ симметричен относительно ОУ графику $y = \log_2 x$ (по третьему свойству);
3. График функции $y = \log_3 x$ возрастает ($3 > 1$) и расположен ближе к оси ОУ, чем график $y = \log_2 x$, т. к. $3 > 2$ (по первому свойству);
4. Функция $y = \log_{1/5} x$ убывает, т. к. $0 < 1/5 < 1$. График функции $y = \log_{1/5} x$ расположен ближе к оси ОУ, чем график $y = \log_{1/2} x$, т. к. $(1/2) > (1/5)$ (по второму свойству).



(рис. 5)

III. Графический метод решения уравнений.

Пусть дано уравнение вида $\log_a x = Kx + B$ (1).

Уравнение (1) известными аналитическими методами решить не возможно. Поэтому применяют графический метод. Суть метода в следующем:

4. Правую и левую часть уравнения $\log_a x = Kx + B$ представляют в виде функций $y = \log_a x$ и $y = Kx + B$.
5. Строим графики ЛФ $y = \log_a x$ и линейной $y = Kx + B$ на одной координатной плоскости.
6. Графики данных функций $y = \log_a x$ и $y = Kx + B$ будут пересекаться в каких-то точках. Абсциссы точек пересечения – есть корни уравнения $a^x = Kx + B$.

Примечание: Если графики функций не пересекаются, то уравнение корней не имеет.

Пример: Решить графическим методом уравнение $\log_{1/3} x = 2x + 1$.

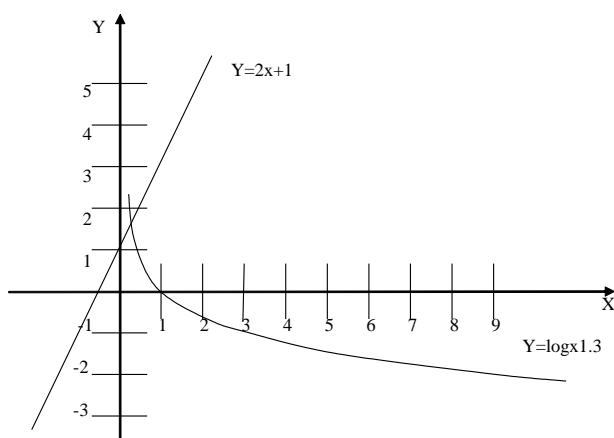
$$y = \log_{1/3} x$$

$$y = 2x + 1$$

x	1/9	1/3	1	3	9
y	2	1	0	-1	-2

x	0	1
y	1	3

Ответ: $x = 1/3$ (см. рис. 6).



(рис. 6)

Тема 5: « Показательные и логарифмические уравнения и неравенства»

Знать:

- виды и методы решения показательных уравнений и неравенств;
- виды и методы решения логарифмических уравнений и неравенств;

Уметь:

- решать различные показательные уравнения и неравенства;
- решать различные логарифмические уравнения и неравенства.

Теоретические сведения:

I. Показательные уравнения и неравенства.

Определение: Показательные уравнения и неравенства – это уравнения и неравенства, в которых неизвестное содержится в показателе степени.

Виды и методы решения показательных уравнений:

1. Метод приведение к одинаковому основанию: $a^{x_1} = b$ (1).

Чтобы решить уравнение этого вида, необходимо представить b как степень с основанием a , т. е. $b = a^{x_2}$. Тогда уравнение (1) примет вид $a^{x_1} = a^{x_2}$ (2). В уравнении (2) от сравнения оснований перейдем к сравнению степеней и решаем уравнение вида $x_1 = x_2$.

2. Метод вынесение общего множителя за скобки: $a^{x_1} + a^{x_2} = b$.

Пример: $3^{x+1} - 2 \cdot 3^{x-2} = 25$.

Вынося в левой части за скобки общий множитель 3^{x-2} , получим

$$3^{x-2} (3^3 - 2) = 25,$$

$$3^{x-2} \cdot 25 = 25,$$

$$3^{x-2} = 25:25,$$

$$3^{x-2} = 1 (1 = 3^0),$$

$$3^{x-2} = 3^0,$$

$$x - 2 = 0,$$

$$x = 2.$$

3. Метод замены переменной: $a \cdot p^{2x} + b \cdot p^x + c = 0$ (3).

В уравнении (3) вводится переменная t , т. е. $p^x = t$ (4). Тогда (3) примет вид $a \cdot t^2 + b \cdot t + c = 0$. Решая квадратное уравнение, находим корни t_1 и t_2 , которые подставляем в (4): $p^x = t_1$ и $p^x = t_2$ (5). Решая уравнения (5) находим корни уравнения (3).

Пример: $9^x - 4 \cdot 3^x - 45 = 0$.

Введем замену переменной $3^x = t$, тогда данное уравнение сводится к квадратному уравнению: $t^2 - 4 \cdot t - 45 = 0$. Решая это уравнение, находим его корни: $t_1 = 9$, $t_2 = -5$. Подставляя корни t_1 и t_2 в уравнение $3^x = t$, получаем два уравнения:

1) $3^x = 9$, 2) $3^x = -5$ не имеет корней.

$3^x = 3^2$,

$x = 2$;

Ответ: $x = 2$.

4) Виды и методы решения показательных неравенств те же, что и показательных уравнений. Однако, при решении неравенств следует учитывать свойства показательной функции:

а) если основание $a > 1$, функция возрастает, знак неравенства не меняется;

б) если основание $0 < a < 1$, функция убывает, знак неравенства меняется.

Пример: Решить неравенства а) $3^x < 81$, б) $(1/2)^x > 8$.

Решение: а) $3^x < 81$,

$3^x < 3^4$ (от сравнения оснований перейдем к сравнению степеней, учитывая, что $3 > 1$, функция возрастает, знак неравенства не меняется),

$x < 4$;

б) $(1/2)^x > 8$,

$(1/2)^x > (1/2)^{-3}$ (от сравнения оснований перейдем к сравнению степеней, учитывая, что $0 < 1/2 < 1$, функция убывает, знак неравенства меняется), $x < -3$.

II. Логарифмические уравнения и неравенства.

Определение: Уравнения и неравенства называется логарифмическими, если в них неизвестное содержится под знаком логарифма.

Виды и методы решения логарифмических уравнений:

1) Потенцирование заключается в переходе от уравнения вида

$\log_a f_1(x) = \log_a f_2(x)$ к уравнению вида $f_1(x) = f_2(x)$.

При потенцировании могут появиться наряду с истинными, посторонние корни. Чтобы убедиться истинные корни или посторонние, необходимо выполнить проверку.

2) Логарифмирование заключается в переходе от уравнения вида $f_1(x) = f_2(x)$

к уравнению вида $\log_a f_1(x) = \log_a f_2(x)$.

Заметим, что при логарифмировании может произойти потеря корней.

Пример: Решить уравнение $\log_2(x+1) + \log_2(x+3) = 3$ (1).

Решение: Для преобразования левой части уравнения воспользуемся свойством логарифмов: сумма логарифмов равна логарифму произведения, т. е. $\log_2(x+1) + \log_2(x+3) = \log_2(x+1) \cdot (x+3)$.

Для преобразования правой части уравнения воспользуемся определением

логарифма, т. е. $3 = \log_2 2^3 = \log_2 8$. Итак,

$$\log_2(x+1) + \log_2(x+3) = 3,$$

$\log_2(x+1) \cdot (x+3) = \log_2 8$ (от сравнения оснований перейдем к сравнению подлогарифмических выражений),

$$(x+1) \cdot (x+3) = 8,$$

$$x^2 + 3x + x + 3 - 8 = 0,$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

Решая квадратное уравнение, находим $x_1=1$ и $x_2=-5$. Выполним проверку, подставив корни в уравнение (1).

$$\log_2(1+1) + \log_2(1+3) = \log_2 2 + \log_2 4 = 1+2 = 3, \text{ т. е. } x_1=1 \text{ – корень уравнения (1).}$$

При подстановке в уравнение (1) корня $x_2=-5$, подлогарифмические выражения $(x+1)$ и $(x+3)$ отрицательны, что противоречит определению логарифма, т. е. $x_2=-5$ не является корнем уравнения.

Ответ: $x = 1$.

3) Виды и методы решения логарифмических неравенств те же, что и логарифмических уравнений. Однако, при решении неравенств следует учитывать свойства логарифмической функции:

а) если основание $a > 1$, функция возрастает, знак неравенства не меняется;

б) если основание $0 < a < 1$, функция убывает, знак неравенства меняется.

Пример:

а) $\log_2(x+1) > \log_2 3$ (от сравнения оснований перейдем к сравнению подлогарифмических выражений, учитывая что $2 > 1$, функция возрастает, знак неравенства не меняется),

$$x+1 > 3,$$

$$x > 2;$$

б) $\log_{1/2}(x-2) > \log_{1/2} 8$ (от сравнения оснований перейдем к сравнению подлогарифмических выражений, учитывая, что $0 < 1/2 < 1$, функция убывает, знак неравенства меняется),

$$x-2 < 8,$$

$$x < 10.$$

Тема 6: «Тригонометрические выражения».

Знать: - определения тригонометрических функций;

- тригонометрические формулы;

Уметь: - упрощать, вычислять, преобразовывать и доказывать тождества, содержащие тригонометрические выражения.

Теоретические сведения:

I. Определения и вычисление тригонометрических функций:

Синусом числа α называется ордината точки, полученной при повороте точки $(1;0)$ вокруг начала координат на угол α радиан.

Косинусом числа α называется абсцисса точки, полученной поворотом точки $(1;0)$ вокруг начала координат на угол α радиан.

Тангенсом числа α называется отношение синуса числа α к его косинусу.

$$\operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha.$$

Котангенсом числа α называется отношение косинуса числа α к его синусу.

$$\operatorname{ctg} \alpha = \cos \alpha / \sin \alpha.$$

Для вычисления функций различных углов используют таблицу значений синуса, косинуса, тангенса и котангенса (приложение таблица № 1).

Пример: Вычислить $\sin (\pi/2) + \sin (3\pi/2)$;

Из таблицы № 1 определяем, что $\sin (\pi/2) = 1$, $\sin (3\pi/2) = -1$. Тогда $\sin (\pi/2) + \sin (3\pi/2) = 1 - 1 = 0$.

II. Упрощение, преобразование и доказательства тождеств с помощью тригонометрических формул.

Для преобразования тригонометрических выражений используются следующие формулы.

а) Зависимость между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента:

- | | |
|---|---|
| 1. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, | 2. $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$, |
| 3. $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = 1 / \cos^2 \alpha$, | 4. $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = 1 / \sin^2 \alpha$, |
| 5. $\operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha$, | 6. $\operatorname{ctg} \alpha = \cos \alpha / \sin \alpha$; |

б) Тригонометрические функции двойного и половинного аргумента:

- | | |
|--|---|
| 7. $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, | 8. $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$, |
| 9. $\operatorname{tg} 2\alpha = 2 \operatorname{tg} \alpha / (1 - \operatorname{tg}^2 \alpha)$, | |

10. $\cos^2 (\alpha/2) = (1 + \cos \alpha) / 2$,	11. $\sin^2 (\alpha/2) = (1 - \cos \alpha) / 2$;
---	---

в) Теоремы сложения:

- | | |
|---|--|
| 12. $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$ | 13. $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$ |
| 14. $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$ | 15. $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$ |
| 16. $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta) / (1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta)$, | |
| 17. $\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta) / (1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta)$; | |

г) Формулы приведения позволяют заменить функцию данного аргумента функцией аргумента α ($0 < \alpha < \pi/2$). При этом пользуются следующими правилами:

- Если аргумент приводимой функции равен $\pi/2 \pm \alpha$ и $3\pi/2 \pm \alpha$, то функция меняется на противоположную; если аргумент приводимой функции равен $\pi \pm \alpha$ и $2\pi \pm \alpha$, то функция не меняется;
- Перед приведенной функцией ставится тот знак, который имеет исходная функция при условии $0 < \alpha < \pi/2$. Для этого необходимо знать знаки тригонометрических функций в координатных четвертях (приложение № 2).

Пример:

- Преобразовать: а) $\cos 150$; б) $\operatorname{ctg} 135$; в) $(\sin^2 \alpha - 1) / (1 - \cos^2 \alpha)$;
- Доказать тождество: $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.

Решение:

1. Преобразовать:

а) Представим $\cos 150 = \cos (90 + 60)$. Т. к. аргумент равен $(90 + \alpha)$, то функция \cos меняется \sin (по 1 правилу формул приведения). Итак $\cos 150 = \cos (90 + 60) = -\sin 60 = -\sqrt{3}/2$;

б) Представим $\operatorname{ctg} 135 = \operatorname{ctg} (90 + 45)$. Т. к. аргумент равен $(90 + \alpha)$, то функция ctg меняется tg (по 1 правилу формул приведения). Итак $\operatorname{ctg} 135 = \operatorname{ctg} (90 + 45) = -\operatorname{tg} 45 = -1$;

в) Используя формулу (1), представим $1 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$, тогда $(\sin^2 \alpha - 1) / (1 - \cos^2 \alpha) = (\sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) / (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha) = -\operatorname{ctg}^2 \alpha$;

2. Доказать тождество:

$$\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

($\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha$ преобразуем, используя формулу разности квадратов),

$$\begin{aligned} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha, & (\text{используем формулы (1) и (8)}), \\ \cos 2\alpha \cdot 1 &= \cos 2\alpha & (\text{ч. т. д.}) \end{aligned}$$

Тема 7: «Тригонометрические уравнения».

Знать: - понятия обратных тригонометрических функций;

- виды и методы решения тригонометрических уравнений;

Уметь: - решать различные тригонометрические уравнения.

Теоретические сведения:

I. При решении тригонометрических уравнений мы сталкиваемся с понятиями обратных тригонометрических функций: арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс. Итак, определим эти функции.

Определения:

Арксинусом числа a из $[-1; 1]$ есть угол α из $[-\pi/2; \pi/2]$, синус которого равен a . Арксинус функция нечетная, т. е. $\arcsin(-a) = -\arcsin a$.

Арккосинусом числа a из $[-1; 1]$ есть угол α из $[0; \pi]$, косинус которого равен a . Арккосинус функция четная, т. е. $\arccos(-a) = \pi - \arccos a$.

Арктангенсом числа a есть угол α из $(-\pi/2; \pi/2)$, тангенс которого равен a . Арктангенс функция нечетная, т. е. $\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a$.

Арккотангенсом числа a есть угол α из $(0; \pi)$, котангенс которого равен a . Арккотангенс функция нечетная, т. е. $\operatorname{arcctg}(-a) = -\operatorname{arcctg} a$.

Пример: Вычислить: а) $\arccos 1$; б) $2\operatorname{arctg} 1 + 3\arcsin(1/2)$;

а) С помощью таблицы значений (приложение №1) находим значения угла, косинус которого равен 1. Это угол равен 0. Итак, $\arccos 1 = 0$.

б) С помощью таблицы значений (приложение №1) находим значения углов, тангенс которого 1 (это угол $\pi/4$) и синус которого $(1/2)$ (это угол $\pi/6$).

Итак, $2\operatorname{arctg} 1 + 3\arcsin(1/2) = 2 \cdot (\pi/4) + 3 \cdot (\pi/6) = (\pi/2) + (\pi/2) = \pi$.

II. Решение тригонометрических уравнений:

Определение: Тригонометрическим уравнением называется уравнение, содержащее переменную под знаком тригонометрических функций.

Простейшими тригонометрическими уравнениями являются уравнения вида $\sin x = m$, $\cos x = m$, $\operatorname{tg} x = m$, $\operatorname{ctg} x = m$.

Общие формулы решения простейших тригонометрических уравнений:

УРАВНЕНИЕ	РЕШЕНИЕ
$\sin x = m \quad (-1 \leq m \leq 1)$	$X = (-1)^k \cdot \arcsin m + \pi k, \quad k \text{ из } Z$
$\cos x = m \quad (-1 \leq m \leq 1)$	$X = \pm \arccos m + 2\pi k, \quad k \text{ из } Z$
$\operatorname{tg} x = m \quad m \text{ из } R$	$X = \operatorname{arctg} m + \pi k, \quad k \text{ из } Z$
$\operatorname{ctg} x = m \quad m \text{ из } R$	$X = \operatorname{arcctg} m + \pi k, \quad k \text{ из } Z$

Отметим некоторые частные случаи простейших тригонометрических уравнений:

m	$\sin x = m$	$\cos x = m$	$\operatorname{tg} x = m$	$\operatorname{ctg} x = m$
0	$X = \Pi k$	$X = (\Pi/2) + \Pi k$	$X = \Pi k$	$X = (\Pi/2) + \Pi k$
1	$X = (\Pi/2) + 2\Pi k$	$X = 2\Pi k$	$X = (\Pi/4) + \Pi k$	$X = (\Pi/4) + \Pi k$
-1	$X = (-\Pi/2) + \Pi k$	$X = \Pi + 2\Pi k$	$X = (-\Pi/4) + \Pi k$	$X = (3\Pi/4) + \Pi k$

Пример: Решить уравнения: а) $\sin x = 1/2$; б) $\cos x = -\sqrt{2}/2$;

Решение:

а) $\sin x = 1/2$,

$$x = (-1)^k \cdot \arcsin(1/2) + \Pi k, \quad (\arcsin(1/2) = \Pi/6, \text{ см. приложение №1})$$

$$x = (-1)^k \cdot (\Pi/6) + \Pi k,$$

Ответ: $x = (-1)^k \cdot (\Pi/6) + \Pi k$.

б) $\cos x = -\sqrt{2}/2$,

$$x = \pm \arccos(-\sqrt{2}/2) + 2\Pi k \quad (\arccos(-\sqrt{2}/2) = \Pi - \arccos(\sqrt{2}/2), \text{ см. определение арккосинуса}),$$

$$x = \pm (\Pi - \arccos(\sqrt{2}/2)) + 2\Pi k \quad (\arccos(\sqrt{2}/2) = \Pi/4, \text{ см. приложение №1}),$$

$$x = \pm (\Pi - \Pi/4) + 2\Pi k,$$

$$x = \pm (3\Pi/4) + 2\Pi k.$$

Ответ: $x = \pm (3\Pi/4) + 2\Pi k$.

III. Основные методы решения тригонометрических уравнений:

Любое тригонометрическое уравнение в процессе решения с помощью надлежащих преобразований должно быть приведено к простейшим. Наиболее часто при решении тригонометрических уравнений применяются следующие методы:

- 1) разложение на множители;
- 2) способ замены;
- 3) сведения к уравнениям, однородным относительно $\sin x$ и $\cos x$;
- 4) преобразование суммы тригонометрических функций в произведение;
- 5) преобразование произведения тригонометрических функций в сумму;
- 6) использование формул понижения степени;
- 7) введения вспомогательного аргумента.

При этом, как правило, в процессе решения тригонометрического уравнения приходится использовать не один, а несколько из указанных выше методов.

Рассмотрим решения уравнений указанными методами.

1) Решение уравнений разложением на множители:

Пример:

$$\sin 2x - \cos x = 0 \quad (\sin 2x = 2 \sin x \cos x - \text{формула двойного аргумента}),$$

$$2 \sin x \cos x - \cos x = 0,$$

$$\cos x(2 \sin x - 1) = 0.$$

Полученное уравнение равносильно совокупности уравнений:

$$\cos x = 0 \text{ и } (2 \sin x - 1) = 0.$$

Решение 1-го $\cos x = 0$,

$$x = (\Pi/2) + \Pi k, \text{ к из } Z;$$

Решение 2-го $2 \sin x - 1 = 0$,

$$2 \sin x = 1,$$

$$\sin x = 1/2,$$

$$x = (-1)^k \cdot \arcsin(1/2) + \Pi k,$$

$$x = (-1)^k \cdot (\Pi/6) + \Pi k, \text{ к из } Z.$$

Ответ: $x = (\Pi/2) + \Pi k$; $x = (-1)^k \cdot (\Pi/6) + \Pi k$, к из Z .

2) Решение уравнений с помощью замены переменных:

Уравнения вида $a \sin^2 x + b \sin x + c = 0$ или $a \cos^2 x + b \cos x + c = 0$ ($a \neq 0$) сводятся к простейшим тригонометрическим уравнениям с помощью замены $\sin x = t$ или $\cos x = t$.

Пример: $\cos^2 x + \cos x - 2 = 0$.

Это уравнение является квадратным относительно $\cos x$. Поэтому сделаем замену $\cos x = t$. В результате получим уравнение $t^2 + t - 2 = 0$. Его корни

$t_1 = 1, t_2 = -2$, то есть получаем уравнения $\cos x = 1$ или $\cos x = -2$.

Решение 1-го $\cos x = 1$,

$x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;

Решение 2-го $\cos x = -2$,

уравнение не имеет корней.

Ответ: $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

3) Решение однородных уравнений и уравнений, сводящихся к ним:

Уравнения вида $a \sin x + b \cos x = 0$ (1) называются однородными тригонометрическими уравнениями 1-ой степени. При почленном делении уравнения (1) на $\cos x$, получим уравнение $a \operatorname{tg} x + b = 0$.

Уравнения вида $a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$ (2) называются однородными тригонометрическими уравнениями 2-ой степени. При почленном делении уравнения (2) на $\cos^2 x$, получим уравнение

$a \operatorname{tg}^2 x + b \operatorname{tg} x + c = 0$ (3). Уравнение (3) решается способом замены $\operatorname{tg} x = t$.

Пример: $\sin x + \cos x = 0$.

Решение: Разделим почленно уравнения на $\cos x$, получим

$\operatorname{tg} x + 1 = 0$,

$\operatorname{tg} x = -1$,

$x = (-\pi/4) + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

Ответ: $x = (-\pi/4) + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

4) Решение уравнений преобразованием суммы тригонометрических функций в произведение:

Пример: $\cos[(\pi/2) - 3x] - \sin 2x = 0$.

Решение: По формулам приведения (тема 6, п. 2г)

$\cos[(\pi/2) - 3x] = \sin 3x$.

Получаем уравнение $\sin 3x - \sin 2x = 0$.

По формулам тригонометрии преобразуем разность синусов в произведение:

$\sin 3x - \sin 2x = 2 \sin[(3x - 2x)/2] \cdot \cos[(3x + 2x)/2] = 2 \sin(x/2) \cdot \cos(5x/2)$.

В результате имеем уравнение $2 \sin(x/2) \cdot \cos(5x/2) = 0$, откуда

$\sin(x/2) = 0$ и $\cos(5x/2) = 0$.

Решение 1-го $\sin(x/2) = 0$,

$x/2 = \pi k$,

$x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;

Решение 2-го $\cos(5x/2) = 0$,

$5x/2 = (\pi/2) + \pi k$,

$x = (\pi/5) + (2/5) \cdot \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

Ответ: $x = 2\pi k; x = (\pi/5) + (2/5) \cdot \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

3. Индивидуальные задания.

1 Вариант.

1. Дана функция $y = 2x^2 + 1$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 1$ и $x = -2$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (\frac{1}{3})^2$; $y = 6^x$; $y = 2^x$; $y = (1/7)^x$.
3. Решить графически уравнения: $2^x = 5 - 2x$.
4. Сравнить: а) $3^{1,3}$ и $3^{5/2}$; б) $(1/2)^{1,5}$ и $(1/2)^{1,3}$.
5. Сравнить: а) $\log_2 17,5$ и $\log_2 (20/50)$; б) $3 \cdot \log_{1/4} 7$ и $2 \cdot \log_{1/4} 9$.
6. Вычислить: а) $27^{1/3} \cdot (1/3)^{-2}$; б) $(1/3)^{-2} \cdot 81^{3/4}$; в) $\log_8 12 - \log_8 15 + \log_8 20$;
г) $\log_{13} 169 + \log_{11} (11)^{1/3}$; д) $\log_{\sqrt{2}} (\frac{1}{32})$; е) $\log_{81} (\sqrt[3]{3})$.
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_8 X$; $y = \log_3 X$; г) $\log_{1/5} X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_2 X = 3x + 2$.
9. Решите уравнения: а) $0,5^{x^2+2x} = 0,125$; б) $\lg^2 x - \lg x^2 = 3$; в) $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$;
10. Решить неравенства: а) $0,7^x < 2 \frac{2}{49}$; б) $\log_2(3x-1) < \log_2(2x+3)$; в) $\lg(x^2+x+8) < 1$.
11. Вычислить: а) $\arcsin 1/2$; б) $\arctg(-\sqrt{3})$; в) $\arcsin(-1) + \arctg(-1)$;
12. Докажите тождество: а) $2 \cos^2 \frac{a}{2} - \cos a = 1$; б) $2 \sin(15^\circ + a) \cos(15^\circ - a) = \sin 30^\circ + \sin 2a$.
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\cos 300$; б) $\tg 150$.
45. Решите уравнения: а) $\sin x = -\sqrt{2}/2$; б) $\cos 2x = 1$; в) $3 \tg(x + \pi/4) = -\sqrt{3}$;
г) $4 \sin^2 x + 4 \sin x - 3 = 0$; д) $\sqrt{3} \sin x = \cos x$.

Вариант 2

1. Дана функция $y = 2x^2 - x^3$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 1$ и $x = -2$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (1/3)^x$; $y = 1,5^x$; $y = 2^x$; $y = 3^x$.
3. Решить графически уравнения: $3^x = 5x - 2$.
4. Сравнить: а) $1,5^{1/3}$ и $1,5^{5/2}$; б) $(1/3)^{1,7}$ и $(1/3)^{1,3}$.
5. Сравнить: а) $\log_5 (1/4)$ и $\log_5 (1/3)$; б) $3 \cdot \log_4 7$ и $2 \cdot \log_4 9$.
6. Вычислить: а) $(16 \cdot 81 \cdot 625)^{1/4}$; б) $49^{1/2} \cdot 35^{-1}$; в) $\frac{1}{2} \log_3 36 - \log_3 2$;
г) $\log_{12} 144 + \log_{11} (11)^{1/4}$; д) $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} 16$; е) $\log_{125} \sqrt[3]{5}$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_2 X$; $y = \log_{1/2} X$;
г) $\log_{1,5} X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_{1/2} X = -3x - 2$.
9. Решите уравнения: а) $(\frac{2}{9})^{2x+3} = 4,5^{x-2}$; б) $\lg^2 x + \lg x^2 = 3$; в) $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$;
10. Решить неравенства: а) $0,9^x \geq 1 \frac{19}{81}$; б) $\lg(x^2 - x + 8) > 1$; в) $\log_7 x^2 < \log_7 16$;
11. Вычислить: а) $\arccos(-\frac{1}{2})$; б) $\operatorname{arctg} 1$; в) $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} - \operatorname{arctg} \sqrt{3}$;
12. Докажите тождество: а) $2 \sin^2(a/2) + \cos a = 1$;
б) $2 \cos(30^\circ + a) \cos(30^\circ - a) = \cos 60^\circ + \cos 2a$
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\cos 570$; б) $\operatorname{tg} 210$.
14. Решите уравнения: а) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\sin 2x = 1$; в) $9 \operatorname{tg}(x - \frac{\pi}{4}) = 3\sqrt{3}$;
г) $4 \cos^2 x - 4 \cos x - 3 = 0$; д) $\sin x = \sqrt{3} \cos x$.

Вариант 3

1. Дана функция $y = -3x^2 + 6$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 1$ и $x = -2$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (1/2)^x$; $y = 1,3^x$; $y = 4^x$; $y = 7^x$.
3. Решить графически уравнения: $(1/3)^x = -x + 2$.
4. Сравнить: а) $(1/5)^{2,3}$ и $(1/5)^{5/2}$; б) $3^{1,7}$ и $3^{1,3}$.
5. Сравнить: а) $\log_7 (2/5)$ и $\log_7 (1/3)$; б) $4 \cdot \log_{1/5} 3$ и $5 \cdot \log_{1/5} 3$.
6. Вычислить: а) $8^{1/3} \cdot (1/2)^4$; б) $8^{1/3} : 16^{-1}$; в) $2 \log_{32} 16 - \log_7 49$;
г) $\log_{14} 196 + \log_{12} (12)^{1/4}$; д) $\log_5 625$; е) $\log_{1/6} 36$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_9 X$; $y = \log_{1/8} X$;
г) $\log_4 X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_{1/3} X = 4 - 2x$.
9. Решите уравнения: $2^x + 2^{x-3} = 18$; б) $\lg(2x + 1) = 0,5 \lg(1 - 3x)$; в) $9^{x-1} + 3^{x+2} = 90$;
10. Решить неравенства: а) $3^{|x|+2} < 27$; б) $\frac{x}{\lg(x+1)} \leq 0$; в) $\lg X^2 + \lg X - 2 \leq 0$;
11. Вычислить: а) $\arccos(-\frac{\sqrt{3}}{2})$; б) $\sin(\arcsin 0,1)$; в) $\operatorname{arctg}(-1) + \arccos(-1)$;
12. Докажите тождество: а) $2\cos^2 2B - \cos 4B = 1$;
б) $4\sin(30^\circ + a)\cos a = 1 + 2\cos(60^\circ - 2a)$
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\sin 570$; б) $\operatorname{ctg} 210$.
14. Решите уравнения: а) $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\cos(x + \frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $\operatorname{tg}(2x - \frac{\pi}{3}) = \sqrt{3}$;
г) $\cos 3x - \cos x = 2 \sin 2x$.

Вариант 4

1. Дана функция $y = x^2 + 6x^4$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 1$ и $x = -2$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (1/7)^x$; $y = 1,4^x$; $y = 6^x$; $y = 2^x$.
3. Решить графически уравнения: $(1/4)^x = -3x + 1$.
4. Сравнить: а) $(1/5)^n$ и $(1/5)^e$; б) $8^{1/7}$ и $8^{1/3}$.
5. Сравнить: а) $\log_2 \Pi$ и $\log_2 E$; б) $3 \cdot \log_{1/5} 27$ и $2 \cdot \log_{1/5} 28$.
6. Вычислить: а) $(27 \cdot 0,008 \cdot 125)^{1/3}$; б) $7^{7/3} \cdot 7^{-4/3}$; в) $\log_5 27 / \log_5 9$;
г) $2 \log_{1/3} 6 - 1/2 \cdot \log_{1/3} 400$; д) $\log_3 4 + \log_{\frac{1}{3}} 0,9$; е) $\log_{1/5} 25$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_{10} X$; $y = \log_{1/2} X$;
г) $\log_6 X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_3 X = -5 - 5x$.
9. Решите уравнения: а) $3^x + 4 \cdot 3^{x+1} = 13$; б) $\lg(x-1) = 0,5 \lg(1+1,5x)$;
в) $\lg^2 x^2 - \lg x^2 = 6$;
10. Решить неравенства: а) $3x^2 > 9^8$; б) $\frac{x+2}{\lg x} \geq 0$; в) $4^x - 2^{x+1} - 8 < 0$;
11. Вычислить: а) $\arcsin(-\frac{1}{2})$; б) $\cos(\arccos(-0,3))$; в) $\operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) + \operatorname{arccotg} \frac{1}{\sqrt{3}}$;
12. Докажите тождество:
а) $2 \sin^2 2y + \cos 4y = 1$; б) $4 \cos(a + 60^\circ) \cos a = 1 + 2 \sin(30^\circ - 2a)$;
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\sin 120$; б) $\operatorname{tg} 210$.
14. Решите уравнения: а) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\sin(x - \frac{\Pi}{3}) = 1$; в) $\operatorname{tg}(3x + \frac{\Pi}{6}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$;
г) $\sin 3x + \sin x = 2 \sin 2x$.

Вариант 5

1. Дана функция $y = 2/x$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 3$ и $x = -1$.

2. Изобразите схематически график функции $y = (1/2)^x$; $y = 0,1^x$; $y = 6^x$; $y = 2^x$.

3. Решить графически уравнения: $2^x = 2x/3$.

4. Сравнить: а) $2^{6/7}$ и $2^{7/8}$; б) $(1/3)^{1/7}$ и $(1/3)^{1/3}$.

5. Сравнить: а) $2 \log_2 (8/9)$ и $\log_2 (15/16)$; б) $\log_{1/5} (2/3)$ и $\log_{1/5} (3/4)$.

6. Вычислить: а) $2x^2(-3x^3y)$; б) $(-3b^3c)^3 \cdot 2b$; в) $4 \log_{1/2} 3 - (2/3) \log_{1/2} 27$;

г) $\log_7 14 - \log_7 56^{1/3}$; д) $\log_{1/3} 27$; е) $\log_{128} 8$;

7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_2 X$; $y = \log_{1/5} X$;

г) $\log_{10} X$.

8. Решить графически уравнения: $\log_4 X = -5 - 5x$.

9. Решите уравнения: а) $0.5^{3-2x} + 3 \cdot 0.25^{1-x} = 7$; б) $\log_{2x} 64 - \log_{2x} 8 = 3$;

в) $2^{x+1} + 0.5^{x-1} + 5$;

10. Решить неравенства: а) $\lg(x-1)^2 > 0$; б) $25^{\frac{1}{2x+1}} < 125^{\frac{-2}{-3}}$; в) $3^{x^2-x-3} \geq 27$;

11. Вычислить: а) $\arccos \frac{1}{\sqrt{2}} - \arcsin 1$; б) $\arcsin(\sin 110^\circ)$; в) $\arcsin(-1) + \operatorname{arctg}(-1)$;

12. Докажите тождество: а) $\frac{\cos 2a}{1 + \sin 2a} = \frac{1 - \operatorname{tg} a}{1 + \operatorname{tg} a}$; б) $\frac{2 \sin \frac{a}{2} + \sin a}{2 \sin \frac{a}{2} + \sin a} = \operatorname{ctg}^2 \frac{a}{4}$;

13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\cos 750$; б) $\operatorname{tg} 330$.

14. Решите уравнения: а) $\operatorname{tg} x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$; б) $\sin(x + \frac{\pi}{5}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$; в) $\cos^2 x - 3 \sin x - 3 = 0$;

г) $\cos(3x - \frac{\pi}{6}) = -1$;

Вариант 6

1. Дана функция $y = 2/(x + 1)$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 3$ и $x = -1$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (0,5)^x$; $y = 0,1^x$; $y = 3^x$; $y = 7^x$.
3. Решить графически уравнения: $2^x = 3x/4$.
4. Сравнить: а) $2^{8/9}$ и $2^{7/8}$; б) $(1/3)^{1,1}$ и $(1/3)^{1,3}$.
5. Сравнить: а) $\log_2(-2,3)$ и $\log_2(-2,4)$; б) $\log_{1/5} 3$ и $\log_{1/5} 4$.
6. Вычислить: а) $(x^3y)^2$; б) $(-2x)^3 \cdot (-3x)^2$; в) $\log_{1/3} 20 + 3 \log_{1/3} 45^{1/3}$;
г) $(2/3) \log_{1/2} 27 - 2 \log_{1/6} 6$; д) $\log_6 216$; е) $\log_{1/4} (1/64)$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_{0,01} X$; $y = \log_{2/5} X$;
г) $\log_2 X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_{1/4} X = 5x$.
9. Решите уравнения: а) $3 * 2^{x+1} - 6 * 2^{x-1} = 12$; б) $\log_{2x} 9 + \log_{2x} 3 = 3$;
в) $\log_x 2 + \log_2 x = 3 \frac{1}{3}$;
10. Решить неравенства: а) $2^{\frac{4}{x}} < 8^{\frac{1}{x} + \frac{1}{9}}$; б) $\log_{\frac{1}{3}} (x + 2)^2 > 0$; в) $4^{-1x-51} \leq 0.125$;
11. Вычислить: а) $\operatorname{arctg} 1 - \arccos \frac{1}{\sqrt{2}}$; б) $\arccos(\cos(-12^\circ))$; в) $\arccos 1 + \operatorname{arctg} 1$;
12. Докажите тождество: а) $\frac{\cos 2a}{1 - \sin 2a} = \frac{1 + \operatorname{tg} a}{1 - \operatorname{tg} a}$; б) $\frac{\sin 2a - 2 \sin a}{\sin 2a + 2 \sin a} = -\operatorname{tg}^2 \frac{a}{2}$;
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\cos(5\pi/4)$; б) $\operatorname{ctg} 300$.
14. Решите уравнения: а) $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$; б) $\cos(\frac{\pi}{3} - x) = -1$; в) $\sin(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{5}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$;
г) $8\cos^2 x - 3\sin 2x + 10\sin^2 x = 6$;

Вариант 7

1. Дана функция $y = 2/(2 - x)$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 3$ и $x = -1$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (\sqrt{2})^x$; $y = 0,1^x$; $y = 2^x$; $y = 1,4^x$.
3. Решить графически уравнения: $3^x = (-x) + 3x$.
4. Сравнить: а) $5^{1/2}$ и $5^{1/3}$; б) $(1/5)^{1/2}$ и $(1/5)^{1/7}$.
5. Сравнить: а) $\log_2 5^{-2}$ и $\log_2 6^{-3}$; б) $\log_{1/5} 1$ и $\log_{1/5} 1,1$.
6. Вычислить: а) $(x^2 y^3)^4$; б) $-0,7y^3 \cdot (-1/7)y^3$; в) $\log_2 24 - (1/2) \log_2 72$;
г) $\log_2 4 + \log_2 \sqrt{16}$; д) $\log_4 (1/16)$; е) $\log_{1/5} 125$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_4 X$; $y = \log_{2/5} X$;
г) $\log_{1,8} X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_2 X = x+2$.
9. Решите уравнения: а) $2 * 3^{x-6} + 6 * 9^{0,5x-2} = 56$; б) $\log_{x+1} (x - 0,5) = \log_{x-0,5} (x + 1)$;
в) $\log_2 2x + \log_2 x^2 = 1$;
10. Решить неравенства: а) $7,3 \frac{x^2+2x-15}{x-4} > 1$; б) $3^{\lg x+2} < 3^{\lg x^2+5} - 2$; в) $\log_6 x \leq 3$;
11. Вычислить: а) $\sin(\arccos 0,28)$; б) $\arcsin(\sin 10)$; в) $\arcsin 1 + \arccos(1/2)$;
12. Докажите тождество: а) $\operatorname{tg} 4a - \operatorname{tg} 2a = \frac{\operatorname{tg} 4a * \operatorname{tg} 2a}{\sin 4a}$; б) $4 \sin x \cos x = -1$;
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\cos (6\pi/5)$; б) $\operatorname{tg} 1080$.
14. Решите уравнения: а) $\frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} 2x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$; б) $(\sin x - \cos x^2) + \operatorname{tg} x = 2 \sin^2 x$;
в) $\cos 2x - \sin x = 0$; г) $3 \sin 2x + 7 \cos 2x = 0$.

Вариант 8

1. Дана функция $y = 1/(x-3)$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 3$ и $x = -1$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (\sqrt{5})^x$; $y = (1/3)^x$; $y = 3^x$; $y = 1,2^x$.
3. Решить графически уравнения: $(1/2)^x = -2x$.
4. Сравнить: а) $2^{(-2)}$ и $2^{(-3)}$; б) $(1/3)^{2,1}$ и $(1/3)^{3,1}$.
5. Сравнить: а) $\log_2 (1/5)^{-2}$ и $\log_2 (1/5)^{-3}$; б) $\log_{1/5} 5^{-2}$ и $\log_{1/5} 5^{-3}$.
6. Вычислить: а) $2^{1-2} \sqrt{2} \cdot 4 \sqrt{2}$; б) $9xy^3 \cdot (1/3)x^2y^3$; в) $\log_5 36 - \log_5 12$;
г) $\log_7 15 - \log_7 30$; д) $\log_5 (1/125)$; е) $\log_{1/6} 36$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_{0,5} X$; $y = \log_{2/5} X$;
г) $\log_4 X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_{1/2} X = -x + 2$.
9. Решите уравнения: а) $4 * 9^{1,5x-1} - 27^{x-1} = 33$; б) $\log_{\sqrt{6}} (x-1) + \log_{\sqrt{6}} (x+4) = \log_{\sqrt{6}} 6$;
в) $\log_{2/3} (x^2 - 2,5x) = -1$;
10. Решить неравенства: а) $2^{|x-1|} > 4^x$; б) $\log_{0,5}(x+3) < \log_{0,25}(x+15)$;
в) $3^{x+2} + 3^{x-1} < 28$;
11. Вычислить: а) $\cos(\arcsin(-0,96))$; б) $\arccos(\cos 10)$; в) $\operatorname{arctg} 1 - \operatorname{arcctg} 1$;
12. Докажите тождество: а) $\operatorname{tg} 2b - 2\operatorname{tg} b = \operatorname{tg}^2 b \operatorname{tg} 2b$; б) $(\sin \alpha + \sin 3\beta) / (\cos \alpha + \cos 3\beta) = \operatorname{tg} 2\alpha$;
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\sin (6\pi/5)$; б) $\operatorname{ctg} 1080$.
14. Решите уравнения: а) $2 \cos^2(x + \frac{\pi}{6}) + 3 \sin(\frac{\pi}{3} - x) + 1 = 0$; б) $\sin 2x - \sin 3x = 0$;
в) $4 \sin x \cos x = -\sqrt{3}$; г) $\frac{\operatorname{tg} 5x - \operatorname{tg} 2x}{1 + \operatorname{tg} 2x \operatorname{tg} 5x} = -1$.

Вариант 9

1. Дана функция $y = 3x^2 - 1$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 3$ и $x = -1$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (1/\sqrt{2})^x$; $y = 4^x$; $y = 2^x$; $y = (1/2)^x$.
3. Решить графически уравнения: $(1/3)^x = 3x$.
4. Сравнить: а) $5^{(-6)}$ и 5^2 ; б) $(1/5)^{-2}$ и $(1/5)^{-3}$.
5. Сравнить: а) $\log_2 (2/3)$ и $\log_2 (3/4)$; б) $\log_{1/5} 1,2$ и $\log_{1/5} 1,1$.
6. Вычислить: а) $(x^2 y^3)^4 \cdot (x^2 y)$; б) $16y^3 \cdot (-2)y^{-3}$; в) $\log_3 18 - (1/3) \log_3 72$;
г) $\log_2 20 + 3 \log_2 2$; д) $\log_{32} 64$; е) $\log_{27} 243$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_3 X$; $y = \log_{1/5} X$;
г) $\log_{0,4} X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_3 X = -x + 2$.
9. Решите уравнения: а) $\log_2 (2x - 3) = \log_2 (3x - 5)$; б) $2^{2x-4} = (\frac{1}{2})^{2-x}$; в) $5^x + 3 \cdot 5^{x-2} = 140$;
10. Решить неравенства: а) $(\frac{3}{4})^{6x+10-x^2} < \frac{27}{64}$; б) $\frac{\log_{0,5}(5x+3)}{1+19x} \geq 0$; в) $\lg^2 x + \lg x \leq 0$;
11. Вычислить: а) $\sin(\arccos 0,33)$; б) $\arcsin(\sin 12)$; в) $\arcsin(1/2) + \arccos 1$;
12. Докажите тождество: а) $\frac{\sin a}{1 + \cos a} + \frac{\sin a}{1 - \cos a} = \frac{2}{\sin a}$; б) $\frac{2 \sin a - \sin 2a}{\sin 2a + 2 \sin a} = \operatorname{tg}^2 \frac{a}{2}$;
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\sin (7\pi/6)$; б) $\operatorname{ctg} 690$.
14. Решите уравнения: а) $1 + \sin 3x = \frac{1}{2}$; б) $\sin x + \sin 2x = 0$; в) $\operatorname{tg}(x - \frac{\pi}{4}) > 1$;
г) $2 \cos^2 x - 3 \sin x = 0$.

Вариант 10

1. Дана функция $y = -4x^2 - 4$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 3$ и $x = -1$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (\sqrt{7})^x$; $y = (1/5)^x$; $y = 2^x$; $y = 1,9^x$.
3. Решить графически уравнения: $3^x = -2x - 1$.
4. Сравнить: а) $0,1^{1/2}$ и $0,1^{1/3}$; б) $(1/2)^{-3}$ и $(1/2)^{-4}$.
5. Сравнить: а) $\log_2 \sqrt{10}$ и $\log_2 3$; б) $\log_{1/5} (1/5)$ и $\log_5 5$.
6. Вычислить: а) $(-2x^2y^4)^4 \cdot (-3x^2y^3)^4$; б) $(1,1xy^3) \cdot (1,1yx^{-2})$; в) $\log_6 30 - (1/2) \log_6 150$; г) $\log_2 20 + 3 \log_2 2$; д) $\log_{81} 27$; е) $\log_{1/6} 36$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_{1/4} X$; $y = \log_3 X$;
г) $\log_4 X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_{1/3} X = -x - 2$.
9. Решите уравнения: а) $\lg(2x - 3) = \lg(3x - 2)$; б) $(0.2)^{3x-4} = 5^{2-5x}$; в) $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} = 56$;
10. Решить неравенства: а) $\log_2(x^2 - 3x - 2) < -1$; б) $(0,4)^2 > (0,4)^{\log_{0,4}(3-x)}$;
в) $8 \cdot 2^{2x} + 14 \cdot 2^x - 4 \leq 0$;
11. Вычислить: а) $\sin(\arccos 0,1)$; б) $\arcsin(\sin(-0,1))$; в) $\arcsin 0 + \arccos(1/2)$;
12. Докажите тождество: а) $\frac{\sin a + \operatorname{tga}}{\operatorname{tga}} = 2 \cos^2 \frac{a}{2}$; б) $\frac{\cos a}{1 + \sin a} + \frac{\cos a}{1 - \sin a} = \frac{2}{\cos a}$;
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\sin(9\pi/8)$; б) $\operatorname{tg} 120$.
14. Решите уравнения: а) $\cos 2x > \frac{1}{2}$; б) $\operatorname{tg}(x + \frac{\pi}{3}) \leq \frac{\sqrt{3}}{3}$; в) $\cos^2 x + \cos x + \sin^2 x = \frac{1}{2}$;
г) $\sin 7x - \sin 3x = 0$.

Вариант 11

1. Дана функция $y = 3x^2 - 6$. Построить график функции. Найти область определения и значений функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 1$ и $x = -2$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (1/3)^x$; $y = 1,5^x$; $y = 2^x$; $y = 4^x$.
3. Решить графически уравнения: $(1/4)^x = -x + 2$.
4. Сравнить: а) $(1/3)^n$ и $(1/3)^e$; б) $8^{1/7}$ и $8^{1/3}$.
5. Сравнить: а) $\log_2 (1/3)^{-2}$ и $\log_2 (1/3)^{-3}$; б) $\log_{1/5} 5^{-2}$ и $\log_{1/5} 5^{-3}$.
6. Вычислить: а) $3x^2(-3x^3y)$; б) $(-3b^3c)^3 \cdot 2b$; в) $3 \log_{1/2} 3 - (2/3) \log_{1/2} 27$;
г) $\log_7 14 - \log_7 56^{1/3}$; д) $\log_{1/9} 27$; е) $\log_{128} 8$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_{0,1} X$; $y = \log_{3/5} X$;
г) $\log_2 X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_2 X = x - 2$.
9. Решите уравнения: а) $(0,25)^{x^2-4} = 2^{x^2+1}$; б) $\log_2(2x-1) + \log_2(x+5) = \log_2 13$;
в) $3^{x+1} - 2 \cdot 3^{x-1} - 4 \cdot 3^{x-2} = 17$;
10. Решить неравенства: а) $(\frac{1}{3})^{x^2+4x-3} \geq 9^{2x-4}$; б) $\lg(x^2 - x) \leq \lg(3x - 3)$; в) $3^{\log_2 2x - \log_2 x} \geq (\frac{1}{27})^{\log_2 \frac{1}{x}}$;
11. Вычислить: а) $\sin(\arccos 0,33)$; б) $\arcsin(\sin 13)$; в) $\arcsin(1/2) - \arccos 1$;
12. Докажите тождество: $\frac{1 - 2 \cos^2 a}{\frac{1}{2} \sin 2a} = \operatorname{tg} a - \operatorname{ctg} a \frac{\cos a + \operatorname{ctg} a}{\operatorname{ctg} a} = 1 + \sin a$
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\sin(7\pi/8)$; б) $\operatorname{ctg} 120$.
14. Решите уравнения: а) $\operatorname{tg} x + \sin^2 x + \cos^2 x = 0$; б) $\sin 6x + \sin 2x = \sin 4x$; в) $\sin^3 x - \sin x = 0$;
г) $3 \sin^2 x + \cos^2 x = 4 \sin x \cdot \cos x$.

Вариант 12

1. Дана $y = x^2 - x^3$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 1$ и $x = -2$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (1/2)^x$; $y = 1,3^x$; $y = 4^x$; $y = 5^x$.
3. Решить графически уравнения: $(1/3)^x = -3x + 1$.
4. Сравнить: а) $2^{6/7}$ и $2^{7/8}$; б) $(1/3)^{1/7}$ и $(1/3)^{1/3}$.
5. Сравнить: а) $\log_6 (2/3)$ и $\log_6 (3/4)$; б) $\log_{1/5} 1,7$ и $\log_{1/5} 1$.
6. Вычислить: а) $(x^4 y)^2$; б) $(-2x)^3 \cdot (2x)^2$; в) $\log_{1/3} 15 + 3 \log_{1/3} 45^{1/3}$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_9 X$; $y = \log_{1/5} X$;
г) $\log_{1,8} X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_{1/3} X = 3x + 2$.
9. Решите уравнения: а) $2^{2x-6} = 16^{\sqrt{2}}$; б) $\log_2(x^2 + 8) - \log_2(x - 1) = \log_{0,5} \frac{1}{8}$;
в) $7^{x+2} + 3 \cdot 7^{x-1} = 346$;
10. Решить неравенства: а) $\lg(x^2 + 2) > \lg(3x - 7)$; б) $3^x - 3^{x+1} \leq 0$; в) $3^{\log_2 2x - \log_2 x^8} \geq \left(\frac{1}{9}\right)^{\log_2 \frac{1}{x} + 4,5}$;
11. Вычислить: а) $\sin(\arccos(-0,1))$; б) $\arcsin(\sin(-0,1))$; в) $\arcsin 0 + \arccos(1/2)$;
12. Докажите тождество: а) $\frac{2 \cos^2 a - 1}{2 \operatorname{ctg}(\frac{\pi}{4} - a) \cdot \sin^2(\frac{\pi}{4} - a)} = 1$; б) $1 + \cos a = \frac{\sin a + \operatorname{tg} a}{\operatorname{tg} a}$;
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\sin 120$; б) $\operatorname{ctg}(7\pi/8)$.
14. Решите уравнения: а) $\cos 3x \cdot \operatorname{tg} x = 0$; б) $\cos 5x - \cos x = \sin 3x$; в) $3 \sin 2x - 2 \cos x = 0$;
г) $\sin^2 x + \frac{3}{2} \cos^2 x = \frac{5}{2} \sin x \cdot \cos x$.

Вариант 13

1. Дана функция $y = 4x^2 - 6$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 1$ и $x = -2$.

2. Изобразите схематически график функции $y = (1/7)^x$; $y = (1/4)^x$; $y = 6^x$; $y = 4^x$.

3. Решить графически уравнения: $4^x = 3x/5$.

4. Сравнить: а) $3^{1/9}$ и $3^{1/8}$; б) $(1/3)^{-2}$ и $(1/3)^{-6}$.

5. Сравнить: а) $\log_2 \sqrt{10}$ и $\log_2 1,2$; б) $-\log_{1/5} 5$ и $\log_{1/5} 5^{-1}$.

6. Вычислить: а) $(-9x^2y^3)^4$; б) $1,7xy^3 \cdot (-1/7)y^3$; в) $\log_2 28 - (1/2) \log_2 56$;

г) $\log_3 4 + \log_3 \sqrt{16}$; д) $\log_2 (1/16)$; е) $\log_5 125$;

7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_2 X$; $y = \log_{2/5} X$;

$y = \log_5 X$;

8. Решить графически уравнения: $\log_3 X = -x - 1$.

9. Решите уравнения: а) $5^x + 3 \cdot 5^{x-1} + 2 \cdot 5^{x-2} = 42$; б) $\lg^2(2x-1) = \lg(x-0.5) + \lg 2$;

в) $\log_2(x-3) + \log_2(13+x) = 3 \log_{0,5} 0,125$;

10. Решить неравенства: а) $(\frac{1}{5})^{x^2+5x} > 25^{-3}$; б) $\log(x^2 - 4x + 3) < 14$ в) $0,7^x \geq 2 \frac{2}{49}$;

11. Вычислить: а) $\sin(\arccos(-0.33))$; б) $\arcsin(\sin 13)$; в) $\arcsin(1/2) + \arccos 1$;

12. Докажите тождество: а) $\frac{\cos a \cdot \cos b - \cos(a+b)}{\cos(a-b) - \sin a \cdot \sin b} = \operatorname{tg} a \cdot \operatorname{tg} b$;

б) $\frac{\sin(\frac{\pi}{2} - a) + \cos(\frac{3\pi}{2} - a)}{\cos(2\pi - 2a)} \cdot (\cos a + \sin(\pi - a)) = 1$;

13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\cos 300$; б) $\operatorname{ctg} 150$.

14. Решите уравнения: а) $\sin 4x - \sin 2x = \sin x$; б) $\cos^3 x + \cos x = 0$;

в) $\operatorname{tg}(5x + \frac{\pi}{6}) \geq \frac{\sqrt{3}}{3}$ 4; г) $2\sin^2 x - \cos x = 1$.

Вариант 14

1. Дана функция $y = x^2 - x^4$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 1$ и $x = -2$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (1/2)^x$; $y = 8^x$; $y = 0,5^x$; $y = 2^x$.
3. Решить графически уравнения: $2^x = x/4$.
4. Сравнить: а) $2^{1/2}$ и $2^{1/3}$; б) $(1/5)^{-1/2}$ и $(1/5)^{-1/7}$.
5. Сравнить: а) $\log_2 3^{-2}$ и $\log_2 3^{-3}$; б) $\log_{1/5} 5^{-1/2}$ и $\log_{1/5} 5^{-1/3}$.
6. Вычислить: а) $3^{1-2\sqrt{2}} \cdot 9^{\sqrt{2}}$; б) $4xy^3 \cdot (1/2)x^2y^3$; в) $\log_5 48 - \log_5 12$;
г) $\log_7 15 - \log_7 75$; д) $\log_{1/5} (1/125)$; е) $\log_6 (1/36)$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_2 X$; $y = \log_{1/2} X$;
г) $\log_{0,4} X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_{1/3} X = 8x - 7$.
9. Решите уравнения: а) $5^x - 0,2^{x-1} = 4$; б) $7^{x-3} + 7^{x-2} + 2 \cdot 7^{x-1} = 106$;
в) $\log_{\frac{1}{2}}(3x+2) - \log_{\frac{1}{2}}(5x+6) = 3 - \log_5 25$;
10. Решить неравенства: а) $\log_{0,3}(x^2 - 5x + 7) > 0$; б) $((\frac{3}{7})^{x^2})^{x^2-2x} \geq 1$; в) $0,9^x \geq 1 \frac{19}{81}$;
11. Вычислить: а) $\arcsin 1/2$; б) $\text{arcctg}(-\sqrt{3})$; в) $\arcsin(-1) - \text{arctg}(-1)$;
12. Докажите тождество: а) $\frac{4 \sin a \cdot \cos a (1 - \text{tg}^2 a)}{1 + \text{tg}^2 a} = \sin 4a$;
б) $\frac{\cos 2x + 5 \cos 3x + \cos 4x}{\sin 2x + 5 \sin 3x + \sin 4x} = \text{ctg} 3x$;
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\cos 600$; б) $\text{tg} 260$.
14. Решите уравнения: а) $2 \cos^2 x + \sin x = 1$; б) $\frac{1}{\text{ctg}(x + \frac{\pi}{4})} > \frac{\sqrt{3}}{3}$; в) $\cos^2 x - \frac{1}{2} < \sin^2 x$;
г) $\cos 2x - \sin 4x = 0$.

Вариант 15

1. Дана $y = 1/x$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 3$ и $x = -1$.
2. Изобразите схематически график функции $y = 5^x$; $y = (1/2)^x$; $y = 3^x$; $y = 7^x$.
3. Решить графически уравнения: $(1/3)^x = 1 + 3x$.
4. Сравнить: а) $2^{(-1/2)}$ и $2^{(-1/3)}$; б) $(1/3)^2$ и $(1/3)^3$.
5. Сравнить: а) $\log_2 (1/6)^4$ и $\log_2 (1/6)^{-3}$; б) $\log_{1/5} 5^{1,7}$ и $\log_{1/5} 5^{1,8}$.
6. Вычислить: а) $(2x^2y)^4$; б) $y^3 \cdot (-2)y^{-3}$; в) $\log_3 15 - (1/3) \log_3 5$;
г) $\log_2 10 + 3 \log_2 2$; д) $\log_{16} 64$; е) $\log_9 243$;
7. Изобразите схематически график функции: $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_{1/2} X$; $y = \log_3 X$;
г) $\log_2 X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_2 X = -3x - 2$.
9. Решите уравнения: а) $2^{x^2-6x+9,5} = 16\sqrt{2}$; б) $\log_2(40 - 2^x) = x - 2$; в) $5 * 7^{\lg^2 x - 3} + 2 * 7^{\lg^2 x - 2} = 133$;
10. Решить неравенства: а) $25^{|x+3|-0,5} - 2 * 5^{|x+3|-1} - 3 = 0$; б) $\lg(x^2 + x + 8) < 1$;
в) $25^x + 5 < 6 * 5^x$
11. Вычислить: а) $\arccos(\frac{1}{2})$; б) $\text{arctg } 1$; в) $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} - \text{arctg } \sqrt{3}$;
12. Докажите тождество: а) $\sin 4a + \cos 4a * \text{ctg } 2a = \frac{1 - \text{tg}^2 a}{2 \text{tga}}$;
б) $\frac{\sin^3 a + \cos^3 a}{\sin a + \cos a} = 1 - \frac{1}{2} \sin 2a$;
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\sin 540$; б) $\text{tg } 210$.
14. Решите уравнения: а) $\text{ctg}(x - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$; б) $\cos 4x + \cos 2x = 0$;
в) $6 \sin^2 x + 3 \sin x * \cos x - 5 \cos^2 x = 2$; г) $\sin x = \sqrt{3} \cos x$.

Вариант 16

1. Дана функция $y = -5x^2 + 1$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 1$ и $x = -2$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (\frac{1}{3})^2$; $y = 3^x$; $y = 2^x$; $y = (1/8)^x$.
3. Решить графически уравнения: $2^x = -5 + 2x$.
4. Сравнить: а) $6^{1,3}$ и $6^{5/2}$; б) $(1/2)^{1/5}$ и $(1/2)^{1/3}$.
5. Сравнить: а) $\log_5 (1/4)$ и $\log_5 (1/3)$; б) $4 \cdot \log_4 7$ и $2 \cdot \log_4 9$.
6. Вычислить: а) $(16 \cdot 81 \cdot 169)^{1/2}$; б) $49^{1/2} \cdot 42^{-1}$; в) $\frac{1}{2} \log_{1/3} 36 - \log_{1/3} 2$;
г) $\log_{12} 144^{1/2} + \log_{11} (11)^{1/4}$; д) $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} 32$; е) $\log_{125} \sqrt[3]{5}$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_3 X$; $y = \log_{1/2} X$;
г) $\log_{1,5} X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_{1/2} X = -x - 2$.
9. Решите уравнения: а) $(\frac{2}{9})^{2x-3} = 4 \cdot 5^{x-2}$; б) $\lg^2 x + \lg x^2 = 3$; в) $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$;
10. Решить неравенства: а) $3x^2 > 9^8$; б) $\frac{x+2}{\lg x} \geq 0$; в) $4^x - 2^{x+1} - 8 < 0$;
11. Вычислить: а) $\arcsin(\frac{1}{2})$; б) $\cos(\arccos(-0.3))$; в) $\operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) + \operatorname{arcctg} \frac{1}{\sqrt{3}}$;
12. Докажите тождество:
а) $2 \sin^2 2y + \cos 4y = 1$; б) $4 \cos(a + 60^\circ) \cos a = 1 + 2 \sin(30^\circ - 2a)$;
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\sin 120$; б) $\operatorname{ctg} 210$.
14. Решите уравнения: а) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\sin(x - \frac{\pi}{3}) = 1$; в) $\operatorname{tg}(3x + \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$;
г) $\sin 3x + \sin x = 2 \sin 2x$.

Вариант 17

1. Дана функция $y = (1/5)x^2 - x^3$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 1$ и $x = -2$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (1/9)^x$; $y = 0,5^x$; $y = 2^x$; $y = 3^x$.
3. Решить графически уравнения: $3^x = 5x - 2$.
4. Сравнить: а) $1,4^{1/3}$ и $1,4^{5/2}$; б) $(1/6)^{1,7}$ и $(1/6)^{1,3}$.
5. Сравнить: а) $\log_2 17,5$ и $\log_2 (2/5)$; б) $3 \cdot \log_{1/4} 7$ и $2 \cdot \log_{1/4} 9$.
6. Вычислить: а) $27^{1/3} \cdot (1/9)^{-2}$; б) $(1/9)^{-2} \cdot 81^{3/4}$; в) $\log_8 14 - \log_8 15 + \log_8 20$;
г) $\log_{13} 169 + \log_{11} (11)^{1/4}$; д) $\log_{\sqrt{2}} (\frac{1}{32})$; е) $\log_{81} (\sqrt[3]{3})$.
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_6 X$; $y = \log_3 X$; г) $\log_{1/5} X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_2 X = -3x + 2$.
9. Решите уравнения: а) $0,3^{x^2+2x} = 0,09$; б) $\lg^2 x - \lg x^2 = 3$; в) $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$;
10. Решить неравенства: а) $3^{|x|+2} \geq 27$; б) $\frac{x}{\lg(x+1)} \geq 0$; в) $-\lg X^2 - \lg X + 2 \leq 0$;
11. Вычислить: а) $\arccos(\frac{\sqrt{3}}{2})$; б) $\sin(\arcsin 0,9)$; в) $\operatorname{arctg}(-1) + \arccos(-1)$;
12. Докажите тождество: а) $2\cos^2 2B - \cos 4B = 1$;
б) $4\sin(30^\circ + a)\cos a = 1 + 2\cos(60^\circ - 2a)$
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\sin 570$; б) $\operatorname{ctg} 210$.
14. Решите уравнения: а) $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\cos(x + \frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $\operatorname{tg}(2x + \frac{\pi}{3}) = \sqrt{3}$;
г) $\cos 3x - \cos x = 2\sin 2x$.

Вариант 18

1. Дана функция $y = -3x^2 + 6x$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 1$ и $x = -2$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (1/2)^x$; $y = 1,3^x$; $y = 4^x$; $y = 3^x$.
3. Решить графически уравнения: $(1/3)^x = -3x + 2$.
4. Сравнить: а) $(1/5)^2$ и $(1/5)^5$; б) $3^{1,7}$ и $3^{1,3}$.
5. Сравнить: а) $\log_2 (2/5)$ и $\log_2 (1/3)$; б) $2 \cdot \log_{1/5} 3$ и $5 \cdot \log_{1/5} 3$.
6. Вычислить: а) $8^{1/3} \cdot (1/4)^4$; б) $8^{1/3} : 4^{-1}$; в) $3 \log_{32} 16 - \log_7 49$;
г) $\log_{14} 196 - \log_{12} (12)^{1/4}$; д) $\log_5 125$; е) $\log_{1/6} 36$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_{1/9} X$; $y = \log_{1/8} X$;
г) $\log_4 X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_{1/3} X = -4 - 2x$.
9. Решите уравнения: $2^x + 2^{x-3} = 18$; б) $\lg(2x+1) = 0,5 \lg(1-3x)$; в) $9^{x-1} + 3^{x+2} = 90$;
10. Решить неравенства: а) $0,7^x < 2 \frac{2}{49}$; б) $\log_2(3x+1) < \log_2(2x-3)$; в) $\lg(x^2+x+8) < 1$.
11. Вычислить: а) $\arcsin 1/2$; б) $\arctg(-\sqrt{3})$; в) $\arcsin(-1) + \arctg 1$;
12. Докажите тождество: а) $2 \cos^2 \frac{a}{2} - \cos a = 1$; б) $2 \sin(15^\circ + a) \cos(15^\circ - a) = \sin 30^\circ + \sin 2a$.
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\cos 330$; б) $\tg 150$.
14. Решите уравнения: а) $\sin x = \sqrt{2}/2$; б) $\cos 2x = -1$; в) $3 \tg(x+\pi/4) = \sqrt{3}$;
г) $4 \sin^2 x + 4 \sin x - 3 = 0$; д) $\sqrt{3} \sin x = \cos x$.

Вариант 19

1. Дана функция $y = 5/x$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 3$ и $x = -1$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (1/6)^x$; $y = 0,1^x$; $y = 6^x$; $y = 2^x$.
3. Решить графически уравнения: $2^x = (-2x)/3$.
4. Сравнить: а) $2^{6,7}$ и $2^{7,8}$; б) $(1/3)^{1/7}$ и $(1/3)^{1/3}$.
5. Сравнить: а) $\log_2(-2,3)$ и $\log_2(-2,4)$; б) $\log_{1/3} 3$ и $\log_{1/3} 4$.
6. Вычислить: а) $(x^3y)^2$; б) $(-2x)^3 \cdot (-3x)^2$; в) $\log_{1/3} 10 + 3 \log_{1/3} 40^{1/3}$;
г) $(2/3) \log_{1/3} 27 - 2 \log_{1/6} 6$; д) $\log_{1/6} 216$; е) $\log_{1/4} (1/64)$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_{0,1} X$; $y = \log_{3/5} X$;
г) $\log_2 X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_{1/4} X = -5x$.
9. Решите уравнения: а) $3 * 2^{x+1} - 6 * 2^{x-1} = 12$; б) $\log_{2x} 9 - \log_{2x} 3 = 3$;
в) $\log_x 2 + \log_2 x = 3\frac{1}{3}$;
10. Решить неравенства: а) $7 \cdot \frac{x^2+2x-15}{x-4} > 1$; б) $3^{\lg x+2} \geq 3^{\lg x^{2+5}} - 2$; в) $\log_2 x \leq 3$;
11. Вычислить: а) $\sin(\arccos 0.8)$; б) $\arcsin(\sin 10)$; в) $\arcsin 1 + \arccos(1/2)$;
12. Докажите тождество: а) $\operatorname{tg} 4a - \operatorname{tg} 2a = \frac{\operatorname{tg} 4a * \operatorname{tg} 2a}{\sin 4a}$; б) $4 \sin x \cos x = -1$;
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\cos(6\pi/5)$; б) $\operatorname{tg} 1080$.
14. Решите уравнения: а) $\frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} 2x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$; б) $(\sin x - \cos x^2) + \operatorname{tg} x = 2 \sin^2 x$;
в) $\cos 2x - \sin x = 0$; г) $3 \sin 2x + 7 \cos 2x = 0$.

Вариант 20

1. Дана функция $y = 1/(x+8)$ Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 3$ и $x = -1$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (\sqrt{5})^x$; $y = (1/5)^x$; $y = 3^x$; $y = 2,2^x$.
3. Решить графически уравнения: $(1/2)^x = -2x+3$.
4. Сравнить: а) $9^{(-2)}$ и $9^{(-3)}$; б) $(1/3)^2$ и $(1/3)^3$.
5. Сравнить: а) $2 \log_2 (2/9)$ и $\log_2 (15/17)$; б) $\log_{1/5} (2/5)$ и $\log_{1/5} (3/4)$.
6. Вычислить: а) $3x^2(-3x^3y)$; б) $(-3b^3c)^4 \cdot 2b$; в) $4 \log_{1/2} 3 + (2/3) \log_{1/2} 27$; г) $\log_7 14 - \log_7 56^{1/3}$; д) $\log_{1/3} 27$; е) $\log_{128} 8$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_2 X$; $y = \log_{1/9} X$;
г) $\log_{10} X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_4 X = -5x$.
9. Решите уравнения: а) $0.5^{3-2x} + 3 \cdot 0.25^{1-x} = 7$; б) $\log_{2x} 64 + \log_{2x} 8 = 3$;
в) $2^{x+1} + 0.5^{x-1} + 5$;
10. Решить неравенства: а) $2^{|x-1|} > 16^x$; б) $\log_{0.5}(x+2) < \log_{0.25}(x-16)$;
в) $3^{x+2} + 3^{x-1} \geq 28$;
11. Вычислить: а) $\cos(\arcsin(-0.6))$; б) $\arccos(\cos 20)$; в) $\operatorname{arctg} 1 + \operatorname{arcctg} 1$;
12. Докажите тождество: а) $\operatorname{tg} 2b - 2\operatorname{tg} b = \operatorname{tg}^2 b \operatorname{tg} 2b$; б) $(\sin \alpha + \sin 3\beta) / (\cos \alpha + \cos 3\beta) = \operatorname{tg} 2\alpha$;
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\sin (6\pi/5)$; б) $\operatorname{ctg} 1080$.
14. Решите уравнения: а) $2 \cos^2(x + \frac{\pi}{6}) + 3 \sin(\frac{\pi}{3} - x) + 1 = 0$; б) $\sin 2x - \sin 3x = 0$;
в) $4 \sin x \cos x = \sqrt{3}$; г) $-\frac{\operatorname{tg} 5x - \operatorname{tg} 2x}{1 + \operatorname{tg} 2x \operatorname{tg} 5x} = 1$.

Вариант 21

1. Дана функция $y = 2/(x - 6)$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 3$ и $x = -1$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (1/9)^x$; $y = 0,1^x$; $y = 3^x$; $y = 4^x$.
3. Решить графически уравнения: $2^x = 3x - 1$.
4. Сравнить: а) $10^{8/9}$ и $10^{7/8}$; б) $(1/9)^{1,1}$ и $(1/9)^{1,3}$.
5. Сравнить: а) $\log_9 (1/5)^{-2}$ и $\log_9 (1/5)^{-3}$; б) $\log_{1/5} 5^{1/2}$ и $\log_{1/5} 5^{1,3}$.
6. Вычислить: а) $5^{1-2\sqrt{2}} \cdot 25^{\sqrt{2}}$; б) $0,9xy^3 \cdot (1/3)x^5y^3$; в) $\log_5 36 - \log_5 18$;
г) $\log_7 30 + 2 \log_7 30$; д) $\log_5 (1/125)$; е) $\log_{1/6} 36$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_5 X$; $y = \log_{2/5} X$;
г) $\log_{1/4} X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_{1/2} X = -5x + 1$.
9. Решите уравнения: а) $4 * 9^{1,5x-1} - 27^{x-1} = 33$; б) $\log_{\sqrt{6}} (x-1) - \log_{\sqrt{6}} (x-3) = \log_{\sqrt{6}} 6$;
в) $\log_{2/3} (x^2 - 2,5x) = -1$;
10. Решить неравенства: а) $\lg(x-3)^2 > 0$; б) $16^{\frac{1}{2x+1}} < 32^{\frac{-2}{-3}}$; в) $3^{x^2-x-3} \leq 27$;
11. Вычислить: а) $\arccos \frac{1}{\sqrt{2}} + \arcsin 1$; б) $\arcsin(\sin 140^\circ)$; в) $\arcsin 1 + \operatorname{arctg}(-1)$;
12. Докажите тождество: а) $\frac{\cos 2a}{1 + \sin 2a} = \frac{1 - \operatorname{tg} a}{1 + \operatorname{tg} a}$; б) $\frac{2 \sin \frac{a}{2} + \sin a}{2 \sin \frac{a}{2} + \sin a} = \operatorname{ctg}^2 \frac{a}{4}$;
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\cos 690$; б) $\operatorname{tg} 330$.
14. Решите уравнения: а) $\operatorname{tg} x = \frac{1}{\sqrt{3}}$; б) $\sin(x + \frac{\pi}{5}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; в) $\cos^2 x - 3 \sin x - 3 = 0$;
г) $\cos(3x - \frac{\pi}{6}) = 1$;

Вариант 22

1. Дана функция $y = x^2 - 1$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 3$ и $x = -1$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (1/\sqrt{2})^x$; $y = 9^x$; $y = 2^x$; $y = (1/2)^x$.
3. Решить графически уравнения: $(1/3)^x = 8 + 3x$.
4. Сравнить: а) $5^{(-6)}$ и 5^2 ; б) $(1/9)^{-2}$ и $(1/9)^{-3}$.
5. Сравнить: а) $\log_2 6^{-4}$ и $\log_2 6^{-3}$; б) $\log_{1/5} 5^{1,7}$ и $\log_{1/5} 5^{1,8}$.
6. Вычислить: а) $(-3x^2y)^4$; б) $y^3 \cdot (-4)y^{-3}$; в) $\log_3 125 - (1/3) \log_3 5$;
г) $\log_2 10 + 3 \log_2 2$; д) $\log_{16} 64$; е) $\log_9 243$;
7. Изобразите схематически график функции: $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_{1/2} X$; $y = \log_3 X$;
г) $\log_5 X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_2 X = -3x^2 - 2$.
9. Решите уравнения: а) $2^{x^2-6x+9,5} = 16\sqrt{2}$; б) $\log_2(40 - 2^x) = x - 2$; в) $5 * 7^{\lg^2 x - 3} + 2 * 7^{\lg^2 x - 2} = 133$;
10. Решить неравенства: а) $2^{\frac{4}{x}} < 4^{\frac{1}{x} + \frac{1}{9}}$; б) $\log_{\frac{1}{3}}(x + 2)^2 > 0$; в) $4^{-1x-51} \leq 0.16$;
11. Вычислить: а) $\arctg 1 - \arccos \frac{1}{\sqrt{2}}$; б) $\arccos(\cos(-20^\circ))$; в) $\arccos 1 + \arccotg 1$;
12. Докажите тождество: а) $\frac{\cos 2a}{1 - \sin 2a} = \frac{1 + \operatorname{tg} a}{1 - \operatorname{tg} a}$; б) $\frac{\sin 2a - 2 \sin a}{\sin 2a + 2 \sin a} = -\operatorname{tg}^2 \frac{a}{2}$;
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\cos(9\pi/8)$; б) $\operatorname{ctg} 240$.
14. Решите уравнения: а) $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$; б) $\cos(\frac{\pi}{3} + x) = -1$; в) $\sin(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{5}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;
г) $8 \cos^2 x - 3 \sin 2x + 10 \sin^2 x = 6$;

Вариант 23

1. Дана функция $y = 2/(9 - x)$. Построить график функции. Найти область определения и значений функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 3$ и $x = -1$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (\sqrt{2})^x$; $y = 0,1^x$; $y = 2^x$; $y = 1,9^x$.
3. Решить графически уравнения: $3^x = x^2$.
4. Сравнить: а) 5^{-2} и 5^{-3} ; б) $(1/2)^{1/2}$ и $(1/2)^{1/7}$.
5. Сравнить: а) $\log_6 (2/3)$ и $\log_6 (3/4)$; б) $\log_{1/8} 1,2$ и $\log_{1/8} 1,1$.
6. Вычислить: а) $(x^2 y^3)^4 \cdot (x^2 y)$; б) $16y^3 \cdot (-2)y^{-3}$; в) $\log_3 18 - (1/3) \log_3 72$;
г) $\log_2 20 + 3 \log_2 2$; д) $\log_{32} 64$; е) $\log_{27} 243$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_5 X$; $y = \log_{1/5} X$;
г) $\log_{0,07} X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_3 X = -1,2x + 2$.
9. Решите уравнения: а) $\log_2 (2x + 3) = \log_2 (3x + 5)$; б) $2^{3x-4} = (\frac{1}{2})^{1-x}$; в) $5^x + 3 \cdot 5^{x-2} = 140$;
10. Решить неравенства: а) $25^{|x+3|-0,5} - 2 \cdot 5^{|x+3|-1} - 3 \leq 0$; б) $\lg(x^2 + x + 8) < -1$;
в) $25^x + 5 < 6 \cdot 5^x$
11. Вычислить: а) $\arccos(\frac{1}{2})$; б) $\operatorname{arctg} 1$; в) $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \operatorname{arctg} \sqrt{3}$;
12. Докажите тождество: а) $\sin 4a + \cos 4a \cdot \operatorname{ctg} 2a = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 a}{2 \operatorname{tga}}$;
б) $\frac{\sin^3 a + \cos^3 a}{\sin a + \cos a} = 1 - \frac{1}{2} \sin 2a$;
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\sin 540$; б) $\operatorname{ctg} 240$.
14. Решите уравнения: а) $\operatorname{ctg}(x - \frac{\pi}{4}) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$; б) $\cos 4x + \cos 2x = 0$;
в) $6 \sin^2 x + 3 \sin x \cdot \cos x - 5 \cos^2 x = 2$; г) $\sin x = \sqrt{3} \cos x$.

Вариант 24

1. Дана $y = -1/x$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 3$ и $x = -1$.
2. Изобразите схематически график функции $y = 5^x$; $y = (1/2)^x$; $y = 3^x$; $y = (1/6)^x$.
3. Решить графически уравнения: $(1/3)^x = 0,5 + 3x$.
4. Сравнить: а) $2^{(-1/2)}$ и $2^{(-1/3)}$; б) $(1/4)^2$ и $(1/4)^3$.
5. Сравнить: а) $\log_2 1,8^{-2}$ и $\log_2 1,81^{-3}$; б) $\log_{1/5} 1$ и $\log_{1/5} 1,1$.
6. Вычислить: а) $(x^2 y^3)^{1/2}$; б) $-0,7y^3 \cdot (-7)y^3$; в) $\log_2 24 + (1/2) \log_2 72$;
г) $\log_2 4 - \log_2 \sqrt{16}$; д) $\log_2 (1/16)$; е) $\log_{1/25} 125$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_4 X$; $y = \log_{2/3} X$;
г) $\log_{1,8} X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_2 X = -9x - 10$.
9. Решите уравнения: а) $2 * 3^{x-6} + 6 * 9^{0,5x-2} = 56$; б) $\log_{x+1}(x+0,5) = \log_{x-0,5}(x-1)$;
в) $\log_2 2x + \log_2 x^2 = 1$;
10. Решить неравенства: а) $(\frac{3}{2})^{6x+10-x^2} < \frac{27}{632}$; б) $\frac{\log_{0,5}(5x-3)}{1+19x} \geq 0$; в) $\lg^2 x + \lg x \leq 0$;
11. Вычислить: а) $\sin(\arccos 0,33)$; б) $\arcsin(\sin 12)$; в) $\arcsin(1/2) + \arccos 1$;
12. Докажите тождество: а) $\frac{\sin a}{1 + \cos a} + \frac{\sin a}{1 - \cos a} = \frac{2}{\sin a}$; б) $\frac{2 \sin a - \sin 2a}{\sin 2a + 2 \sin a} = \operatorname{tg}^2 \frac{a}{2}$;
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\sin(-7\pi/6)$; б) $\operatorname{tg} 690$.
14. Решите уравнения: а) $1 + \sin 3x = -\frac{1}{2}$; б) $\sin x + \sin 2x = 0$; в) $\operatorname{tg}(x + \frac{\pi}{4}) > 1$;
г) $2 \cos^2 x - 3 \sin x = 0$.

Вариант 25

1. Дана функция $y = -x^2 - 4$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 3$ и $x = -1$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (\sqrt{7})^x$; $y = (1/5)^x$; $y = 2^x$; $y = 1,125^x$.
3. Решить графически уравнения: $3^x = -5x - 6$.
4. Сравнить: а) $1^{1/2}$ и $1^{1/3}$; б) $(1/2)^{-3}$ и $(1/2)^{-4}$.
5. Сравнить: а) $\log_2 (1/4)$ и $\log_2 (1/3)$; б) $\log_4 7$ и $\log_4 9$.
6. Вычислить: а) $(16 \cdot 81 \cdot 625)^{1/2}$; б) $49^{1/2} : 35^{-1}$; в) $\frac{1}{2} \log_3 36 + \log_3 2$;
г) $\log_{12} 144 + \log_{11} (11)^{1/4}$; д) $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} 16$; е) $\log_{125} \sqrt[3]{5}$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_2 X$; $y = \log_{1/2} X$;
г) $\log_{1,5} X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_{1/2} X = -0,7x - 2$.
9. Решите уравнения: а) $(\frac{2}{9})^{2x-1} = 4 \cdot 5^{x+2}$; б) $\lg^2 x + \lg x^2 = 3$; в) $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$;
10. Решить неравенства: а) $3^{|x|+2} < 81$; б) $\frac{x}{\lg(x-2)} \leq 0$; в) $\lg X^2 + \lg X - 2 > 0$;
11. Вычислить: а) $\arccos(-\frac{\sqrt{3}}{2})$; б) $\sin(\arcsin 0,99)$; в) $\operatorname{arctg}(-1) + \arccos(-1)$;
12. Докажите тождество: а) $2\cos^2 2B - \cos 4B = 1$;
б) $4\sin(30^\circ + a)\cos a = 1 + 2\cos(60^\circ - 2a)$
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\sin 750$; б) $\operatorname{ctg} (3\pi/4)$.
14. Решите уравнения: а) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\cos(x + \frac{\pi}{6}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $\operatorname{tg}(2x + \frac{\pi}{3}) = \sqrt{3}$;
г) $\cos 3x - \cos x = 2 \sin 2x$.

Вариант 26

1. Дана функция $y = x^2 - 9$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 1$ и $x = -2$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (\frac{1}{3})^2$; $y = 6^x$; $y = 2^x$; $y = (1/7)^x$.
3. Решить графически уравнения: $2^x = -2x$.
4. Сравнить: а) $5^{1,3}$ и $5^{5/2}$; б) $(1/2)^5$ и $(1/2)^3$.
5. Сравнить: а) $\log_{1/2} \sqrt{10}$ и $\log_{1/2} 3$; б) $-\log_5 (1/5)$ и $\log_5 5$.
6. Вычислить: а) $(-2x^2y^4)^4 : (-3x^2y^3)^4$; б) $(xy^3)^4 \cdot (1,1yx^{-2})$; в) $\log_{1/3} 30 - (1/2) \log_{1/3} 150$;
г) $\log_2 20 - 3 \log_2 2$; д) $\log_{81} (1/3)$; е) $\log_{1/6} (1/36)$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_{1/4} X$; $y = \log_3 X$;
г) $\log_4 X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_{1/3} X = -1,5x - 2$.
9. Решите уравнения: а) $\lg(2x - 4) = \lg(3x + 5)$; б) $25^{3x-4} = 5^{2-5x}$; в) $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} = 56$;
10. Решить неравенства: а) $27x^2 > 9^8$; б) $\frac{x-4}{\lg x} \geq 0$; в) $4^x - 2^{x+1} - 8 < 0$;
11. Вычислить: а) $\arcsin(\frac{1}{2})$; б) $\cos(\arccos(-0,99))$; в) $\text{arctg}(\sqrt{3}) - \text{arcctg} \frac{1}{\sqrt{3}}$;
12. Докажите тождество: а) $2 \sin^2 2y + \cos 4y = 1$;
б) $4 \cos(a + 60^\circ) \cos a = 1 + 2 \sin(30^\circ - 2a)$;
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\sin 120$; б) $\text{tg} 210$.
14. Решите уравнения: а) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\sin(x + \frac{\pi}{3}) = 1$; в) $\text{tg}(3x + \frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$;
г) $\sin 3x + \sin x = 2 \sin 2x$.

Вариант 27

1. Дана функция $y = 2,2x^2 - x^3$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 1$ и $x = -2$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (1/3)^x$; $y = 1,3^x$; $y = 2^x$; $y = 3^x$.
3. Решить графически уравнения: $3^x = 5,5x - 2$.
4. Сравнить: а) $1,5^{1/2}$ и $1,5^{5/3}$; б) $(1/3)^7$ и $(1/3)^3$.
5. Сравнить: а) $\log_2 7,5$ и $\log_2 7,51$; б) $1,1 \cdot \log_{1/4} 7$ и $1,2 \cdot \log_{1/4} 9$.
6. Вычислить: а) $27^{1/3} : (1/9)^{-2}$; б) $(1/3)^{-2} \cdot 81^{1/4}$; в) $-\log_8 15 + \log_8 20$;
г) $\log_{13} 169^{1/2} + \log_{11} (11)^{1/3}$; д) $\log_{\sqrt{2}} (\frac{1}{32})$; е) $\log_9 (\sqrt[3]{3})$.
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_7 X$; $y = \log_3 X$; г) $\log_{1/5} X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_2 X = -3x - 2$.
9. Решите уравнения: а) $0,5^{x^2-2x} = 0,125$; б) $2\lg^2 x - \lg x^2 = 3$; в) $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$;
10. Решить неравенства: а) $\log_2 (x^2 - 3x - 2) \geq -1$; б) $(0,7)^2 > (0,7)^{\log_{0,4}(3-x)}$;
в) $8 \cdot 2^{2x} + 14 \cdot 2^x - 4 \leq 0$;
11. Вычислить: а) $\sin(\arccos 0,04)$; б) $\arcsin(\sin(-0,1))$; в) $\arcsin 0 + \arccos(1/2)$;
12. Докажите тождество: а) $\frac{\sin a + \operatorname{tg} a}{\operatorname{tg} a} = 2 \cos^2 \frac{a}{2}$; б) $\frac{\cos a}{1 + \sin a} + \frac{\cos a}{1 - \sin a} = \frac{2}{\cos a}$;
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\sin(13\pi/12)$; б) $\operatorname{ctg} 120$.
14. Решите уравнения: а) $-\cos 2x = \frac{1}{2}$; б) $\operatorname{tg}(x + \frac{\pi}{3}) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$; в) $\cos^2 x + \cos x + \sin^2 x = \frac{1}{2}$;
г) $\sin 7x - \sin 3x = 0$.

Вариант 28

1. Дана функция $y = -3,3x^2 + 6$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 1$ и $x = -2$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (1/2)^x$; $y = 1,3^x$; $y = 4^x$; $y = 7^x$.
3. Решить графически уравнения: $(1/3)^x = -8x + 2$.
4. Сравнить: а) $(1/5)^{-1,1}$ и $(1/5)^{-1,11}$; б) $3^{1,7}$ и $3^{1,3}$.
5. Сравнить: а) $\log_2 3,1$ и $\log_2 3,12$; б) $(1/3) \cdot \log_{1/5} 27$ и $2 \cdot \log_{1/5} 28$.
6. Вычислить: а) $(27 \cdot 0,008 \cdot 125)^{1/3}$; б) $7^{7/3} : 7^{4/3}$; в) $\log_5 27 : \log_5 9$;
г) $2 \log_{1/3} 6 - 1/2 \cdot \log_{1/3} 900$; д) $\log_3 4 - \log_{\frac{1}{3}} 0,9$; е) $\log_{1/5} 25$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_{10} X$; $y = \log_{\pi} X$;
г) $\log_6 X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_3 X = 2x - 6$.
9. Решите уравнения: а) $3^x + 4 \cdot 3^{x+1} = 13$; б) $\lg(2x + 1) = 0,5 \lg(1 + 1,5x)$;
в) $-\lg^2 x^2 + \lg x^2 = -6$;
10. Решить неравенства: а) $0,3^x < 2 \frac{2}{27}$; б) $\log_2(3x) < \log_2(2x - 1)$; в) $\lg(x^2 + x + 8) < 1$.
11. Вычислить: а) $\arcsin 1/2$; б) $\arctg(\sqrt{3})$; в) $\arcsin(-1) + \arctg(-1)$;
12. Докажите тождество: а) $2 \cos^2 \frac{a}{2} - \cos a = 1$; б) $2 \sin(15^\circ + a) \cos(15^\circ - a) = \sin 30^\circ + \sin 2a$.
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\cos(15\pi/16)$; б) $\tg 150$.
14. Решите уравнения: а) $\sin x = \sqrt{2}/2$; б) $\cos 2x = -1$; в) $3 \tg(x + \pi/4) = \sqrt{3}$;
г) $4 \sin^2 x + 4 \sin x - 3 = 0$.

Вариант 29

1. Дана функция $y = x^2 - 1,5$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 3$ и $x = -1$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (1/5)^x$; $y = 0,9^x$; $y = 6^x$; $y = 2^x$.
3. Решить графически уравнения: $2^x = -2x/3$.
4. Сравнить: а) $2^{5/7}$ и $2^{6/8}$; б) $(1/3)^{1/7}$ и $(1/3)^{1/3}$.
5. Сравнить: а) $\lg 5^{-2}$ и $\lg 6^{-3}$; б) $-\log_{1/5} 1,1$ и $\log_{1/5} 1,1$.
6. Вычислить: а) $(x^2 : y^3)^4$; б) $y^3 \cdot (-1/7)y^3$; в) $\log_2 24$; $(1/2) \log_2 72$;
г) $\log_2 4 \cdot \log_2 \sqrt{16}$; д) $\log_4 (1/32)$; е) $\log_{1/5} 125$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_{2,4} X$; $y = \log_{2/5} X$;
г) $\log_{1,8} X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_2 X = -2,2x - 2,2$.
9. Решите уравнения: а) $2 * 3^{x-6} + 6 * 9^{0,5x-2} = 56$; б) $\log_{x+1}(x-0,5) = \log_{x-0,5}(x+1)$;
в) $\log_2 2x - \log_2 x^2 = 1$;
10. Решить неравенства: а) $0,09^x \geq 1 \frac{19}{81}$; б) $\lg(-x+8) > 1$; в) $\log_7 x^2 < \log_7 16$;
11. Вычислить: а) $\arccos(-\frac{1}{2})$; б) $\operatorname{arctg} 1$; в) $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} - \operatorname{arctg} \sqrt{3}$;
12. Докажите тождество: а) $2 \sin^2(a/2) + \cos a = 1$;
б) $2 \cos(30^\circ + a) \cos(30^\circ - a) = \cos 60^\circ + \cos 2a$
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\cos 570$; б) $\operatorname{tg} (19\Pi/18)$.
14. Решите уравнения: а) $\cos x = -1$; б) $-\sin 2x = -1$; в) $9 \operatorname{tg}(x + \frac{\Pi}{4}) = 3\sqrt{3}$;
г) $4 \cos^2 x - 4 \cos x - 3 = 0$; д) $\sin x = \sqrt{3} \cos x$.

Вариант 30

1. Дана функция $y = 2/(x - 1)$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 3$ и $x = -1$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (0,5)^x$; $y = 0,1^x$; $y = 3^x$; $y = 7^x$.
3. Решить графически уравнения: $2^x = 3x/4$.
4. Сравнить: а) 2^{-20} и 2^{-30} ; б) $(1/3)^{1,1}$ и $(1/3)^{1,3}$.
5. Сравнить: а) $\log_2(-2,3)$ и $\log_2(-2,4)$; б) $\log_{1/3} 3$ и $\log_{1/3} 4$.
6. Вычислить: а) $(x^3y)^2$; б) $(-2x)^3 \cdot (-3x)^2$; в) $\log_{1/3} 10$; $3 \log_{1/3} 40^{1/3}$;
г) $(2/3) \log_{1/3} 27 \cdot 2 \log_{1/6} 6$; д) $\log_{1/6} 216$; е) $\log_{1/4} (1/64)$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_{0,1} X$; $y = \log_{3/5} X$;
г) $\log_2 X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_{1/4} X = -5x$.
9. Решите уравнения: а) $3 * 2^{x+1} - 6 * 2^{x-1} = 12$; б) $\log_{2x} 9 - \log_{2x} 3 = 27$;
в) $\log_x 2 - \log_2 x = 3 \frac{1}{3}$;
10. Решить неравенства: а) $\lg(x - 1)^2 > 0$; б) $25^{\frac{1}{2x+1}} < 125^{\frac{-2}{-3}}$; в) $3^{x^2-x-3} \geq 27$;
11. Вычислить: а) $\arccos \frac{1}{\sqrt{2}} - \arcsin 1$; б) $\arcsin(\sin 110^\circ)$; в) $\arcsin(-1) + \operatorname{arctg}(-1)$;
12. Докажите тождество: а) $\frac{\cos 2a}{1 + \sin 2a} = \frac{1 - \operatorname{tga}}{1 + \operatorname{tga}}$; б) $\frac{2 \sin \frac{a}{2} + \sin a}{2 \sin \frac{a}{2} + \sin a} = \operatorname{ctg}^2 \frac{a}{4}$;
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\cos 750$; б) $\operatorname{tg}(11\Pi/4)$.
14. Решите уравнения: а) $-\operatorname{tg} x = \frac{1}{\sqrt{3}}$; б) $\sin(x + \frac{\Pi}{6}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$; в) $\cos^2 x - 3 \sin x - 3 = 0$;
г) $\cos(3x - \frac{\Pi}{6}) = -1$;

Вариант 31

1. Дана функция $y = 2x^2 + 1$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 3$ и $x = -1$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (\sqrt{2})^x$; $y = 0,7^x$; $y = 2^x$; $y = 1,4^x$.
3. Решить графически уравнения: $3^x = (-x) - 3x$.
4. Сравнить: а) $5^{1/2}$ и $5^{1/3}$; б) $(1/5)^{1/2}$ и $(1/5)^{1/7}$.
5. Сравнить: а) $2 \log_2(8,9)$ и $\log_2(15,16)$; б) $\log_{1/5} 3$ и $\log_{1/5} 4$.
6. Вычислить: а) $2x^2 : (-3x^4y)$; б) $(-3b^3c)^3 \cdot 2b$; в) $4 \log_{1/2} 3 - (2/3) \log_{1/2} 27$; г) $\log_7 14 - \log_7 56^{1/3}$; д) $\log_3(1/27)$; е) $\log_{32} 8$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_2 X$; $y = \log_{1/5} X$;
г) $\log_{1,1} X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_4 X = 4,5x - 3,5$.
9. Решите уравнения: а) $0,5^{3-2x} + 3 \cdot 0,25^{1-x} = 7$; б) $\log_{2x} 32 - \log_{2x} 8 = 3$;
в) $2^{x+1} + 0,5^{x-1} = 1$;
10. Решить неравенства: а) $2^{|x-1|} > 16^x$; б) $\log_{0,5}(x-3) < \log_{0,25}(x+15)$;
в) $3^{x+2} + 3^{x-1} < 28$;
11. Вычислить: а) $\cos(\arcsin(-0,96))$; б) $\arccos(\cos 10)$; в) $\operatorname{arctg} 1 - \operatorname{arccot} 1$;
12. Докажите тождество: а) $\operatorname{tg} 2b - 2\operatorname{tg} b = \operatorname{tg}^2 b \operatorname{tg} 2b$; б) $(\sin \alpha + \sin 3\beta) / (\cos \alpha + \cos 3\beta) = \operatorname{tg} 2\alpha$;
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\sin 1080$; б) $\operatorname{ctg}(6\pi/5)$.
14. Решите уравнения: а) $2\cos^2 x + 3\sin x + 1 = 0$; б) $\sin 2x - \sin 3x = 0$;
в) $4\sin x \cos x = \sqrt{3}$; г) $\frac{\operatorname{tg} 5x - \operatorname{tg} 2x}{1 + \operatorname{tg} 2x \operatorname{tg} 5x} = -1$.

Вариант 32

1. Дана функция $y = 1/x$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 5$ и $x = -2$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (\sqrt{5})^x$; $y = (1/2)^x$; $y = 3^x$; $y = 1,2^x$.
3. Решить графически уравнения: $(1/2)^x = 1-2x$.
4. Сравнить: а) $2^{(-2)}$ и $2^{(-3)}$; б) $(1/3)^{2,1}$ и $(1/3)^{3,1}$.
5. Сравнить: а) $\log_2 (1/4)$ и $\log_2 (1/5)$; б) $\log_{1/5} 3$ и $\log_{1/5} 4$.
6. Вычислить: а) $(x^3y)^2(-4xy)^7$; б) $(-2,5x)^3 \cdot (4x)^2$; в) $\log_{1/3} 20$; $3 \log_{1/3} 45^{1/3}$;
г) $(2/3) \log_{1/2} 27 \cdot 2 \log_{1/6} 6$; д) $\log_6 216$; е) $\log_{1/4} (1/64)$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_{0,05} X$; $y = \log_{2/5} X$;
г) $\log_2 X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_{1/4} X = 5x-0,5$.
9. Решите уравнения: а) $3 * 2^{x+1} - 6 * 2^{x-1} = 12$; б) $\log_{2x} 9 + \log_{2x} 27 = 3$;
в) $\log_x 2 + \log_2 x = 3\frac{1}{3}$;
10. Решить неравенства: а) $7.3^{\frac{x^2+2x-15}{x-4}} > 1$; б) $3^{\lg x+2} \geq 3^{\lg x^{2+5}} - 2$; в) $\log_{1/6} x \leq 3$;
11. Вычислить: а) $\sin(\arccos 0.66)$; б) $\arcsin(\sin 10)$; в) $\arcsin 1 - \arccos(1/2)$;
12. Докажите тождество: а) $\operatorname{tg} 4a - \operatorname{tg} 2a = \frac{\operatorname{tg} 4a * \operatorname{tg} 2a}{\sin 4a}$; б) $4 \sin x \cos x = -1$;
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\cos (6\pi/5)$; б) $\operatorname{tg} 780$.
14. Решите уравнения: а) $\frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} 2x} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$; б) $(\sin x - \cos x^2) + \operatorname{tg} x = 2 \sin^2 x$;
в) $\cos 2x - \sin x = 0$; г) $-3 \sin 2x - 7 \cos 2x = 0$.

Вариант 33

1. Дана функция $y = 3,5x^2 - 1$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 2$ и $x = -3$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (1/\sqrt{2})^x$; $y = 4^x$; $y = 2^x$; $y = (1/2)^x$.
3. Решить графически уравнения: $(1/3)^x = 3x$.
4. Сравнить: а) $5^{(-6)}$ и 5^2 ; б) $(1/5)^{-2}$ и $(1/5)^{-3}$.
5. Сравнить: а) $\log_2 (1/6)^{-2}$ и $\log_2 (1/7)^{-3}$; б) $\log_5 5^{1/9}$ и $\log_5 5^{1/3}$.
6. Вычислить: а) $27^{1-2\sqrt{2}} \cdot 9^{\sqrt{2}}$; б) $27xy^{1,5} \cdot (1/3)x^2y^3$; в) $\log_5 0,36 - \log_5 12$;
г) $\log_9 90 - \log_9 30$; д) $\log_{1/5} (1/125)$; е) $\log_{1/36} 36$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_{0,5} X$; $y = \log_{2/5} X$;
г) $\log_4 X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_{1/2} X = -0,5x + 2$.
9. Решите уравнения: а) $8 * 9^{1,5x-1} - 2 * 27^{x-1} = 66$; б) $2\log_{\sqrt{6}} (x-1) + 3\log_{\sqrt{6}} (x+4) = \log_{\sqrt{6}} 6$;
в) $\log_{2/3} (x^2 - 2,5x) = 0$;
10. Решить неравенства: а) $2^{\frac{4}{x}} < 32^{\frac{1}{x} + \frac{1}{9}}$; б) $\log_{\frac{1}{3}} (x+3)^2 > 0$; в) $4^{-1x-51} \leq 0,5$;
11. Вычислить: а) $\arctg 1 - \arccos \frac{1}{\sqrt{2}}$; б) $\arccos(\cos(-18^\circ))$; в) $\arccos(1/2) + \arctg 1$;
12. Докажите тождество: а) $\frac{\cos 2a}{1 - \sin 2a} = \frac{1 + \operatorname{tg} a}{1 - \operatorname{tg} a}$; б) $\frac{\sin 2a - 2 \sin a}{\sin 2a + 2 \sin a} = -\operatorname{tg}^2 \frac{a}{2}$;
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\cos(-5\pi/4)$; б) $\operatorname{ctg} 330$.
14. Решите уравнения: а) $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$; б) $\cos(\frac{\pi}{3} - x) = -1$; в) $-\sin(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{5}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;
г) $8\cos^2 x - 3\sin 2x + 10\sin^2 x = 6$;

Вариант 34

1. Дана функция $y = 4,5x^2 - 6,5$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 1$ и $x = -2$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (1/8)^x$; $y = (1/4)^x$; $y = 6^x$; $y = 4^x$.
3. Решить графически уравнения: $4^x = -3x/5$.
4. Сравнить: а) $3,3^{1/9}$ и $3,3^{1/8}$; б) $(1/3)^{-1,1}$ и $(1/3)^{-1,2}$.
5. Сравнить: а) $\log_2 (2/3)$ и $\log_2 (3/4)$; б) $2\log_{1/5} 1,2$ и $3\log_{1/5} 0,1$.
6. Вычислить: а) $(-0,4x^2y^3)^4 \cdot (0,2x^2y)$; б) $32y^2 \cdot (-2)y^{-3}$; в) $\log_3 18 + (1/3) \log_3 72$;
г) $\log_2 20 - 3\log_2 2$; д) $\log_{128} 64$; е) $\log_{1/27} 243$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_3 X$; $y = \log_{1/5} X$;
г) $\log_5 X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_3 X = -7,5x + 2$.
9. Решите уравнения: а) $\log_2 3x = \log_2 (x - 5)$; б) $8^{2x-4} = (\frac{1}{2})^{2-x}$; в) $5^x + 3 \cdot 5^{x-2} = 140$;
10. Решить неравенства: а) $3x^2 > 27^8$; б) $\frac{x-5}{\lg x} \leq 0$; в) $3 \cdot 4^x - 3 \cdot 2^{x+1} - 24 < 0$;
11. Вычислить: а) $\arcsin(-\frac{1}{2})$; б) $\cos(\arccos(-0,3))$; в) $\operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) + \operatorname{arccctg}(-\frac{1}{\sqrt{3}})$;
12. Докажите тождество:
а) $2 \sin^2 2y + \cos 4y = 1$; б) $4 \cos(a + 60^\circ) \cos a = 1 + 2 \sin(30^\circ - 2a)$;
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\sin(-3\pi/4)$; б) $\operatorname{tg} 150$.
14. Решите уравнения: а) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\sin(x + \frac{\pi}{3}) = -1$; в) $\operatorname{tg}(3x + \frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$;
г) $\sin 3x + \sin x = 2 \sin 2x$.

Вариант 35

1. Дана $y = -x^2 - x^3$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = -3$ и $x = 4$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (0,2)^x$; $y = 1,3^x$; $y = 4^x$; $y = 2^x$.
3. Решить графически уравнения: $(1/3)^x = -3,5x + 3,5$.
4. Сравнить: а) $9^{6/7}$ и $9^{7/8}$; б) $(1/3)^{1/7}$ и $(1/3)^{1/3}$.
5. Сравнить: а) $\log_2 \sqrt{10}$ и $\log_2 3,1$; б) $\log_{1/5} 5$ и $-\log_{1/5} 5^{-1}$.
6. Вычислить: а) $(2x^2y^3)^{1/4}$; б) $27xy^3 \cdot (1/9)y^3$; в) $(1/2)\log_2 25 - (1/3)\log_2 27$;
г) $-\log_3 4 - \log_3 \sqrt{16}$; д) $\log_2 (1/32)$; е) $\log_5 625$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_{1,6} X$; $y = \log_{2/5} X$;
 $y = \log_5 X$;
8. Решить графически уравнения: $\log_3 X = (-1/6)x - 1$.
9. Решите уравнения: а) $2 * 5^x + 6 * 5^{x-1} + 4 * 5^{x-2} = 84$; б) $\lg^2(2x - 1) = \lg 2$;
в) $\log_2(x - 3) = 1$;
10. Решить неравенства: а) $(\frac{3}{4})^{6x+10-x^2} < \frac{1}{64}$; б) $\frac{\log_{0,5}(5x+3)}{1+19x} \geq 0$; в) $\lg^2 x + \lg x \leq 0$;
11. Вычислить: а) $\sin(\arccos 0,33)$; б) $\arcsin(\sin 12)$; в) $\arcsin(1/2) + \arccos 1$;
12. Докажите тождество: а) $\frac{\sin a}{1 + \cos a} + \frac{\sin a}{1 - \cos a} = \frac{2}{\sin a}$; б) $\frac{2 \sin a - \sin 2a}{\sin 2a + 2 \sin a} = \operatorname{tg}^2 \frac{a}{2}$;
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\sin(7\pi/6)$; б) $\operatorname{ctg} 690$.
14. Решите уравнения: а) $\sin 3x = \frac{1}{2}$; б) $\sin x + \sin 2x = 0$; в) $\operatorname{tg}(x + \frac{\pi}{4}) = 1$;
г) $2 \cos^2 x - 3 \sin x = 0$.

Вариант 36

1. Дана функция $y = -3x^2$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 1$ и $x = -2$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (1/3)^x$; $y = 1,5^x$; $y = 2^x$; $y = 4^x$.
3. Решить графически уравнения: $(1/4)^x = -x + 2$.
4. Сравнить: а) $(1/3)^n$ и $(1/3)^e$; б) $8^{1/7}$ и $8^{1/3}$.
5. Сравнить: а) $\log_6(2/3)$ и $\log_6(3/4)$; б) $\log_{1/5} 1,7$ и $\log_{1/5} 1$.
6. Вычислить: а) $(x^4 y)^2$; б) $(-2x)^3 \cdot (2x)^2$; в) $\log_{1/3} 15 + 3 \log_{1/3} 45^{1/3}$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_9 X$; $y = \log_{1/5} X$;
г) $\log_{1,8} X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_{1/3} X = 3x + 2$.
9. Решите уравнения: а) $2^{2x-6} = 16^{\sqrt{2}}$; б) $\log_2(x^2 + 8) - \log_2(x - 1) = \log_{0,5} \frac{1}{8}$;
в) $7^{x+2} + 3 \cdot 7^{x-1} = 346$;
10. Решить неравенства: а) $(\frac{1}{5})^{x^2+5x} > 25^{-3}$; б) $\log(x^2 - 4x + 3) < 14$ в) $0,7^x \geq 2 \frac{2}{49}$;
11. Вычислить: а) $\sin(\arccos(-0.33))$; б) $\arcsin(\sin 13)$; в) $\arcsin(1/2) + \arccos 1$;
12. Докажите тождество: а) $\frac{\cos a \cdot \cos b - \cos(a + b)}{\cos(a - b) - \sin a \cdot \sin b} = \operatorname{tg} a \cdot \operatorname{tg} b$;
б) $\frac{\sin(\frac{\pi}{2} - a) + \cos(\frac{3\pi}{2} - a)}{\cos(2\pi - 2a)} \cdot (\cos a + \sin(\pi - a)) = 1$;
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\cos 300$; б) $\operatorname{ctg} 150$.
14. Решите уравнения: а) $\sin 4x - \sin 2x = \sin x$; б) $\cos^3 x + \cos x = 0$;
в) $\operatorname{tg}(5x + \frac{\pi}{6}) \geq \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 4$; г) $2\sin^2 x - \cos x = 1$.

Вариант 37

1. Дана функция $y = -4x^2 - 4$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 3$ и $x = -1$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (\sqrt{7})^x$; $y = (1/5)^x$; $y = 2^x$; $y = 1,9^x$.
3. Решить графически уравнения: $3^x = -2x - 1$.
4. Сравнить: а) $0,1^{1/2}$ и $0,1^{1/3}$; б) $(1/2)^{-3}$ и $(1/2)^{-4}$.
5. Сравнить: а) $\log_2 (1/3)^{-2}$ и $\log_2 (1/3)^{-3}$; б) $\log_{1/5} 5^{-2}$ и $\log_{1/5} 5^{-3}$.
6. Вычислить: а) $3x^2(-3x^3y)$; б) $(-3b^3c)^3 \cdot 2b$; в) $3 \log_{1/2} 3 - (2/3) \log_{1/2} 27$;
г) $\log_7 14 - \log_7 56^{1/3}$; д) $\log_{1/9} 27$; е) $\log_{128} 8$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_{0,1} X$; $y = \log_{3/5} X$;
г) $\log_2 X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_2 X = x - 2$.
9. Решите уравнения: а) $(0,25)^{x^2-4} = 2^{x^2+1}$; б) $\log_2(2x-1) + \log_2(x+5) = \log_2 13$;
в) $3^{x+1} - 2 \cdot 3^{x-1} - 4 \cdot 3^{x-2} = 17$;
10. Решить неравенства: а) $\lg(x^2 + 2) > \lg(3x - 7)$; б) $3^x - 3^{x+1} \leq 0$; в) $3^{\log_2 2x - \log_2 x^8} \geq \left(\frac{1}{9}\right)^{\log_2 \frac{1}{x} + 4,5}$;
11. Вычислить: а) $\sin(\arccos(-0,1))$; б) $\arcsin(\sin(-0,1))$; в) $\arcsin 0 + \arccos(1/2)$;
12. Докажите тождество: а) $\frac{2 \cos^2 a - 1}{2 \operatorname{ctg}(\frac{\pi}{4} - a) \cdot \sin^2(\frac{\pi}{4} - a)} = 1$; б) $1 + \cos a = \frac{\sin a + \operatorname{tga}}{\operatorname{tga}}$;
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\sin 120$; б) $\operatorname{ctg}(7\pi/8)$.
14. Решите уравнения: а) $\cos 3x \cdot \operatorname{tg} x = 0$; б) $\cos 5x - \cos x = \sin 3x$; в) $3 \sin 2x - 2 \cos x = 0$;
г) $\sin^2 x + \frac{3}{2} \cos^2 x = \frac{5}{2} \sin x \cdot \cos x$.

Вариант 38

1. Дана функция $y = 2x^2 + 1$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 1$ и $x = -2$.

2. Изобразите схематически график функции $y = (\frac{1}{3})^2$; $y = 6^x$; $y = 2^x$; $y = (1/7)^x$.

3. Решить графически уравнения: $2^x = 5 - 2x$.

4. Сравнить: а) $3^{1,3}$ и $3^{5/2}$; б) $(1/2)^{1,5}$ и $(1/7)^{1,3}$.

5. Сравнить: а) $\log_2 \sqrt{10}$ и $\log_2 3$; б) $\log_{1/5} (1/5)$ и $\log_5 5$.

6. Вычислить: а) $(-2x^2y^4)^4 \cdot (-3x^2y^3)^4$; б) $(1,1xy^3) \cdot (1,1yx^{-2})$; в) $\log_6 30 - (1/2) \log_6 150$;

г) $\log_2 20 + 3 \log_2 2$; д) $\log_{81} 27$; е) $\log_{1/6} 36$;

7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_{1/4} X$; $y = \log_3 X$;

г) $\log_4 X$.

8. Решить графически уравнения: $\log_{1/3} X = -x - 2$.

9. Решите уравнения: а) $\lg(2x - 3) = \lg(3x - 2)$; б) $(0.2)^{3x-4} = 5^{2-5x}$; в) $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} = 56$;

10. Решить неравенства: а) $(\frac{1}{3})^{x^2+4x-3} \geq 9^{2x-4}$; б) $\lg(x^2 - x) \leq \lg(3x - 3)$; в) $3^{\log_2 2x - \log_2 x} \geq (\frac{1}{27})^{\log_2 \frac{1}{x}}$;

11. Вычислить: а) $\sin(\arccos 0.33)$; б) $\arcsin(\sin 13)$; в) $\arcsin(1/2) - \arccos 1$;

12. Докажите тождество: $\frac{1 - 2 \cos^2 a}{\frac{1}{2} \sin 2a} = \operatorname{tga} - \operatorname{ctga} \frac{\cos a + \operatorname{ctga}}{\operatorname{ctga}} = 1 + \sin a$

13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\sin(7\pi/8)$; б) $\operatorname{ctg} 120$.

14. Решите уравнения: а) $\operatorname{tg} x + \sin^2 x + \cos^2 x = 0$; б) $\sin 6x + \sin 2x = \sin 4x$; в) $\sin^3 x - \sin x = 0$;

г) $3 \sin^2 x + \cos^2 x = 4 \sin x \cdot \cos x$.

Вариант 39

1. Дана функция $y = 2x^2 + 1$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 1$ и $x = -2$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (\frac{1}{3})^2$; $y = 6^x$; $y = 2^x$; $y = (1/7)^x$.
3. Решить графически уравнения: $2^x = 5 - 2x$.
4. Сравнить: а) $3^{1,3}$ и $3^{5/2}$; б) $(1/2)^{1,5}$ и $(1/7)^{1,3}$.
5. Сравнить: а) $\log_7 (2/5)$ и $\log_7 (1/3)$; б) $4 \cdot \log_{1/5} 3$ и $5 \cdot \log_{1/5} 3$.
6. Вычислить: а) $8^{1/3} \cdot (1/2)^4$; б) $8^{1/3} \cdot 16^{-1}$; в) $2 \log_{32} 16 - \log_7 49$;
г) $\log_{14} 196 + \log_{12} (12)^{1/4}$; д) $\log_5 625$; е) $\log_{1/6} 36$;
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_9 X$; $y = \log_{1/8} X$;
г) $\log_4 X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_{1/3} X = 4 - 2x$.
9. Решите уравнения: $2^x + 2^{x-3} = 18$; б) $\lg(2x+1) = 0.5 \lg(1-3x)$; в) $9^{x-1} + 3^{x+2} = 90$;
10. Решить неравенства: а) $0,7^x < 2 \frac{2}{49}$; б) $\log_2(3x-1) < \log_2(2x+3)$; в) $\lg(x^2+x+8) < 1$.
11. Вычислить: а) $\arcsin 1/2$; б) $\arctg(-\sqrt{3})$; в) $\arcsin(-1) + \arctg(-1)$;
12. Докажите тождество: а) $2 \cos^2 \frac{a}{2} - \cos a = 1$; б) $2 \sin(15^\circ + a) \cos(15^\circ - a) = \sin 30^\circ + \sin 2a$.
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\cos 300$; б) $\tg 150$.
14. Решите уравнения: а) $\sin x = -\sqrt{2}/2$; б) $\cos 2x = 1$; в) $3 \tg(x + \pi/4) = -\sqrt{3}$;
г) $4 \sin^2 x + 4 \sin x - 3 = 0$; д) $\sqrt{3} \sin x = \cos x$.

Вариант 40

1. Дана функция $y = 2x^2 + 1$. Построить график функции. Найти область определения и значения функции; определить четная или нечетная функция; указать промежутки возрастания и убывания. Найти значения функции при $x = 1$ и $x = -2$.
2. Изобразите схематически график функции $y = (\frac{1}{3})^2$; $y = 6^x$; $y = 2^x$; $y = (1/7)^x$.
3. Решить графически уравнения: $2^x = 5 - 2x$.
4. Сравнить: а) $3^{1,3}$ и $3^{5/2}$; б) $(1/2)^{1,5}$ и $(1/7)^{1,3}$.
5. Сравнить: а) $\log_2 17,5$ и $\log_2 (20/50)$; б) $3 \cdot \log_{1/4} 7$ и $2 \cdot \log_{1/4} 9$.
6. Вычислить: а) $27^{1/3} \cdot (1/3)^{-2}$; б) $(1/3)^{-2} \cdot 81^{3/4}$; в) $\log_8 12 - \log_8 15 + \log_8 20$;
г) $\log_{13} 169 + \log_{11} (11)^{1/3}$; д) $\log_{\sqrt{2}} (\frac{1}{32})$; е) $\log_{81} (\sqrt[3]{3})$.
7. Изобразите схематически график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} X$; $y = \log_8 X$; $y = \log_3 X$; г) $\log_{1/5} X$.
8. Решить графически уравнения: $\log_2 X = 3x + 2$.
9. Решите уравнения: а) $0,5^{x^2+2x} = 0,125$; б) $\lg^2 x - \lg x^2 = 3$; в) $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$;
10. Решить неравенства: а) $\log_2 (x^2 - 3x - 2) < -1$; б) $(0,4)^2 > (0,4)^{\log_{0,4}(3-x)}$;
в) $8 \cdot 2^{2x} + 14 \cdot 2^x - 4 \leq 0$;
11. Вычислить: а) $\sin(\arccos 0,1)$; б) $\arcsin(\sin(-0,1))$; в) $\arcsin 0 + \arccos(1/2)$;
12. Докажите тождество: а) $\frac{\sin a + \operatorname{tg} a}{\operatorname{tg} a} = 2 \cos^2 \frac{a}{2}$; б) $\frac{\cos a}{1 + \sin a} + \frac{\cos a}{1 - \sin a} = \frac{2}{\cos a}$;
13. Вычислить, с помощью формул приведения: а) $\sin (9\pi/8)$; б) $\operatorname{tg} 120$.
14. Решите уравнения: а) $\cos 2x = \frac{1}{2}$; б) $\operatorname{tg}(x + \frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$; в) $\cos^2 x + \cos x + \sin^2 x = \frac{1}{2}$;
г) $\sin 7x - \sin 3x = 0$.

Таблица №1
«Значения тригонометрических функций некоторых углов».

α	0°	30°	45°	60°	90°	108°	270°	360°
	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
Sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
Cos α	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
tg α	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	-	0
Ctgα	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	-	0	-

Использованная литература:

1. Математика. Дадаян А. А. – М.: «Форум: Инфра-М», 2005.
2. Алгебра и начало анализа. Под редакцией Алимова Ш. А. – М.: «Просвещение», 1985.
3. Дидактические материалы по алгебре и началам анализа. Под редакцией Ивлева Б. М. – М.: «Просвещение», 1984.
4. Алгебра и начало анализа. Под редакцией Яковлева Г. Н. – М.: «Наука», 1981.
5. Сборник задач по элементарной математике. Под редакцией Антонова Н. П. – М.: «Наука», 1974.